А.В. Ворон

Равенство значений площади и периметра ряда двумерных фигур, объема и площади – трехмерных

Аннотация. Рассматриваются возможные варианты равенства значений площади и периметра ряда двумерных фигур (квадрат, круг, прямоугольный, тупоугольный и равносторонний треугольники), объема и площади – трехмерных (платоновы тела, конус, цилиндр, пирамида и сфера).

Ключевые слова: равенство значений, двумерные фигуры, трехмерные фигуры, параметры геометрических фигур, периметр, объем, площадь.

Введение. В одной из своих публикаций [1] рассматривались возможные случаи равенства (числового равенства) ряда двумерных и трехмерных геометрических фигур. По мере накопления материала исследования количество такого рода фигур возросло. И может еще возрасти силами любителей геометрии. В этом отношении есть надежда, что значительно пополнив «реестр» подобных геометрических фигур может быть сформулирована очень красивая теорема.

Основная часть. Расчеты параметров ряда двумерных и трехмерных фигур производились посредством онлайн калькулятора «Geleot». Расчеты, требующие точности более трех знаков после запятой, производились самостоятельно на основе соответствующих формул, с помощью калькулятора.

По результатам расчетов выявлены следующие числовые равенства площади и периметра ряда двумерных фигур:

– квадрата, когда сторона равна 4 (площадь и длина периметра, соответственно, будут равны значению 16), радиус вписанного круга равен 2, а описанного – значению √8, диагональ квадрата равна √32;

– круга, когда наблюдается равенство площади и длины окружности при значении 12,566… или 4 π (радиус вписанного круга равен 2);

– прямоугольных треугольников с иррациональным значением площади и периметра, когда площадь и длина периметра первого равна значению 27,416324… $_=(\sqrt{5}+3)^2$ (где меньший катет – 5,236… будет равен √27,416324…, а больший – удвоенному значению меньшего – 10,472 …) и второго, когда катеты равны 6,8285… $_=(\sqrt{2}+2)\times 2$ – при значении площади и периметра 23,314… $_=(\sqrt{8}+2)^2$. Радиус вписанного в треугольник круга равен 2 (рисунок 1, таблица);

– героновых треугольников со сторонами: (5, 12, 13 и 6, 8, 10 – прямоугольные треугольники), когда площадь и периметр первого равен значению 30, а второго – 24 (рисунок 1, таблица); 6, 25, 29; 7, 15, 20 и 9, 10, 17 … (тупоугольные треугольники с площадью и периметром равные соответственно 60, 42, 36), радиус вписанного в названные треугольники круга равен 2;

– равностороннего прямоугольного треугольника, при значении площади 20,7846… или =√3×12 (при этом длина стороны равна 6,928…$_=$√48 или =√3×4), радиус вписанного круга равен 2.

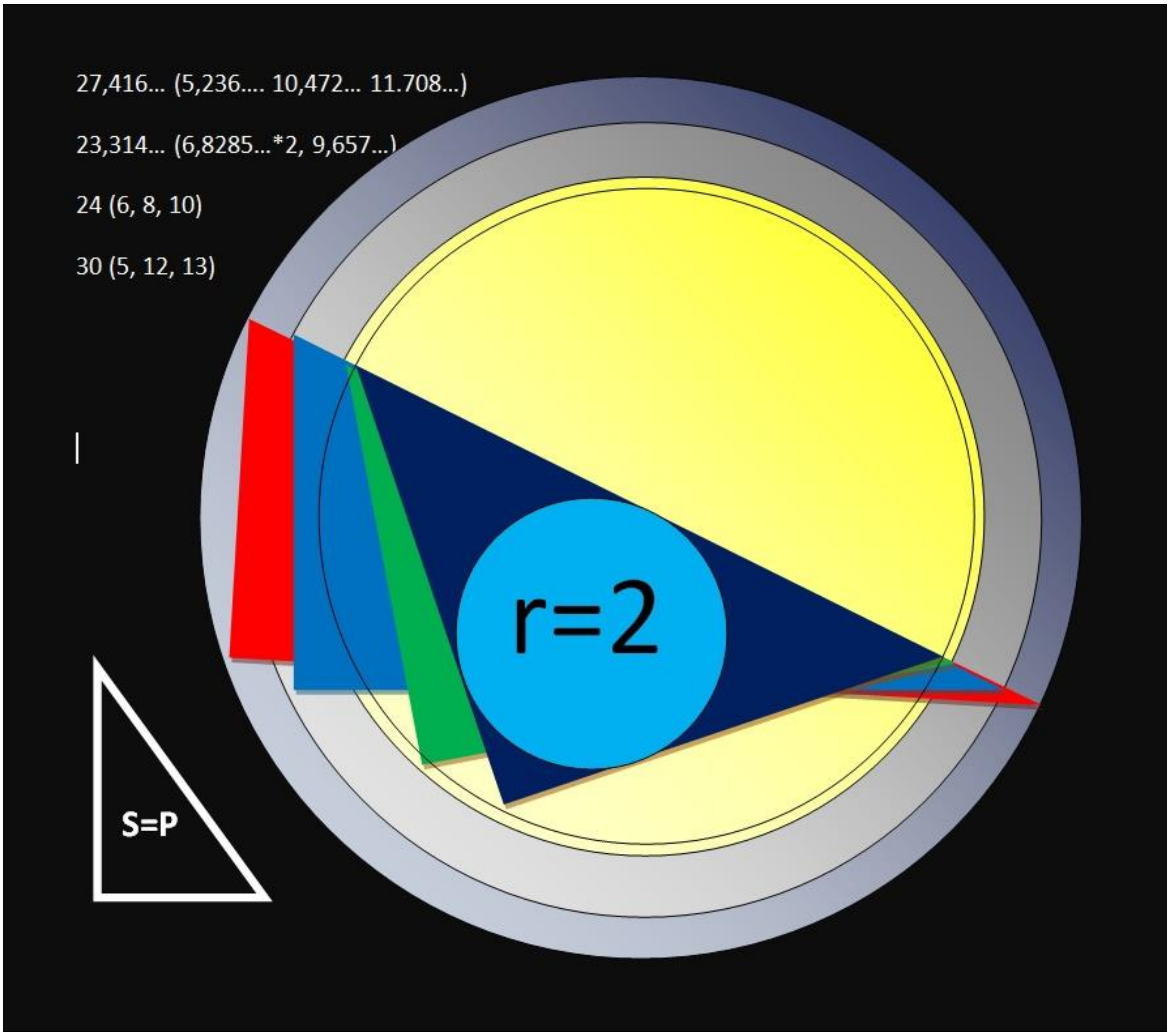

Рисунок 1 – Наглядное представление различных четырех возможных прямоугольных треугольников удовлетворяющих равенству S=P

Таблица – Формулы для построения треугольников удовлетворяющих равенству S=P

Формулы для построения тупоугольных треугольников удовлетворяющих равенству S=P	X1	X2	X3	∑ (S, P)
X3=(X1+X2)-2				
X2= (X3- X1)+2	6	25	29	60
X1= (X3- X2)+2	7	15	20	42
∑= (X3×2)+2	9	10	17	36
Формулы для построения прямоугольных треугольников удовлетворяющих равенству S=P				
X3=(X1+X2)-4	5	12	13	30
X2= (X3- X1)+4	6	8	10	24
X1= (X3- X2)+4	5,236…	10,472…	11,708…	27,416…
∑= (X3×2)+4	6,8285…	6,8285…	9,657…	23,314…

По результатам расчетов выявлены следующие числовые равенства объема и площади ряда трехмерных фигур (в том числе – так называемых «платоновых тел» (рисунок 2):

– куба при грани равной значению √8, объем и площадь поверхности куба – 216, радиус вписанной сферы равен 3;

– сферы (равенство объема и площади поверхности) равной значению 113,097335526… или 36 π (при этом диаметр сферы равен 6, а ее окружность – 18,85…=6 π), радиус вписанной сферы равен 3;

– тетраэдра (равенство площади и объема) равной значению 374,123… =216×√3 (при этом длина ребра равна 14,69693845669907…=√216), радиус вписанной сферы равен 3;

– октаэдра (равенство площади и объема) равной значению 187,061… =108×√3 (при этом длина ребра равна 7,348469228349534…=√54), радиус вписанной сферы равен 3;

– икосаэдра (равенство площади и объема) равной значению 136,4595… (при этом длина ребра равна 3,9695…), радиус вписанной сферы равен 3;

– додекаэдра (равенство площади и объема) равной значению 149,8578… (при этом длина ребра равна 2,694168…), радиус вписанной сферы равен 3;

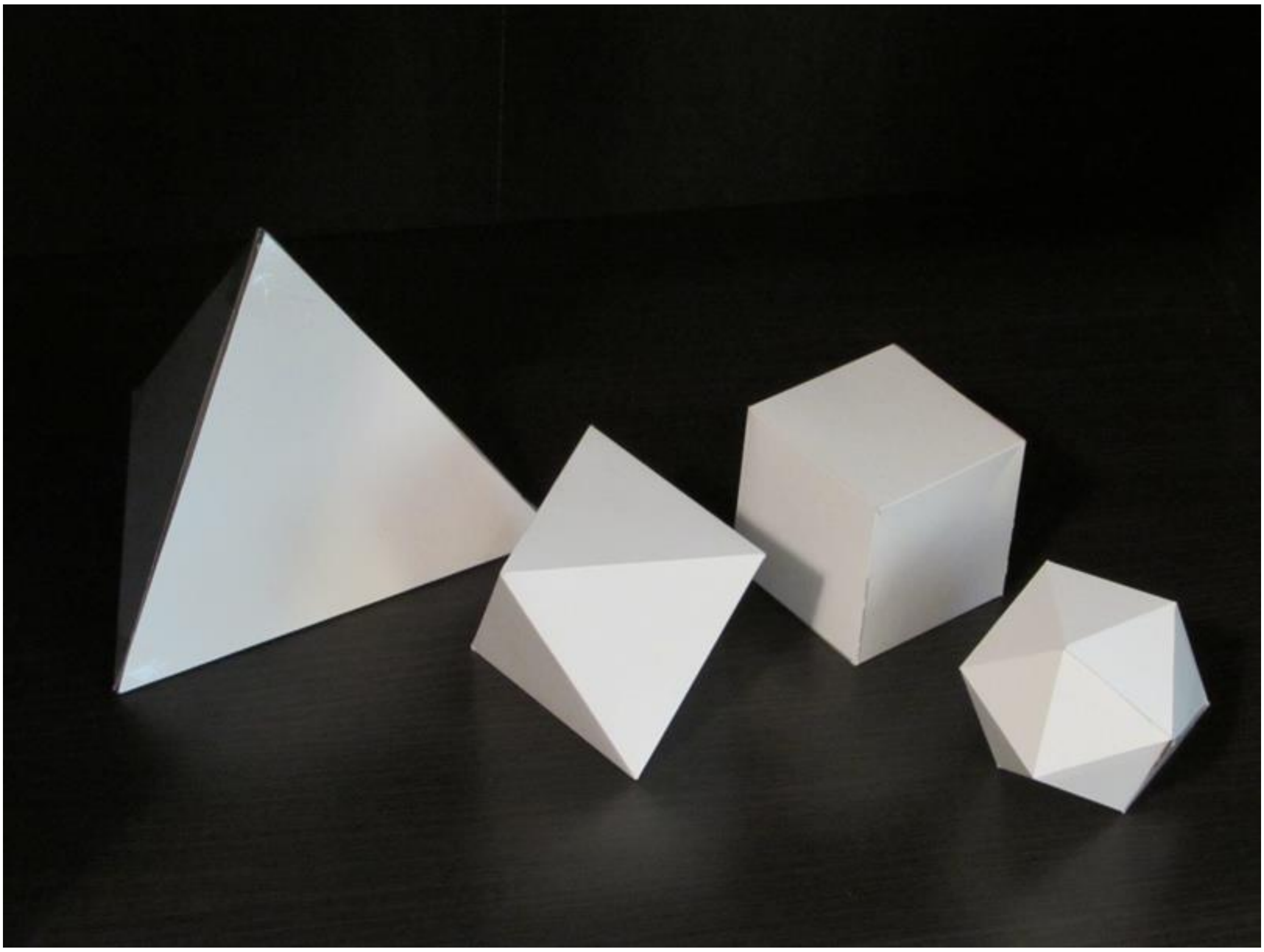

Рисунок 2 – Платоновы тела (без додекаэдра) имеющие линейные размеры на основании размера вписанной в них сферы одного линейного размера

– цилиндра (равенство площади и объема) равной значению 54π ≈ 169,646… (при этом радиус равен 3, а высота – удвоенному значению радиуса – 6). Площадь боковой поверхности равна 113,097… (объем и площадь вписанной в фигуру сферы) или 36π, а площадь одного из двух оснований – 9π, радиус вписанной сферы равен 3. Объем цилиндра больше объема вписанной в него сферы (где есть равенство значений площади и объема) ровно в 1,5 раза;

– конуса (равенство площади и объема) равной значению $96\pi \approx 301{,}593\ldots$ (при этом радиус основания равен 6, образующая – 10, а высота – фигуры – 8). Площадь основания (круга) равна 113,097… (объем и площадь вписанной в фигуру сферы) или 36π, площадь боковой поверхности, соответственно, – 60π, радиус вписанной сферы равен 3;

– трехгранной пирамиды (равенство площади и объема тетраэдра) при высоте 12, стороне основания – $14{,}6969384567\ldots = \sqrt{216}$ и равно значению 374,123…, радиус вписанной сферы равен 3;

– четырехгранной пирамиды (равенство площади и объема) при высоте 12, стороне основания – $8{,}485281374\ldots = \sqrt{72}$ и равно 288. Отношение высоты к стороне основания – $\sqrt{2}$. При этом площадь боковой поверхности пирамиды в три раза больше площади основания (216 и 72), радиус вписанной сферы равен 3;

– шестигранной пирамиды при высоте 12, стороне основания – $4{,}898979485\ldots = \sqrt{24}$ и равно 249.415…, радиус вписанной сферы равен 3.

На основании проведенных расчетов сформулировано **заключение**:

в двумерных фигурах: квадрат, круг, прямоугольный, тупоугольный и равносторонний треугольники радиус вписанной окружности при равенстве значений площади и периметра равен 2;

в трехмерных фигурах тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр, конус, цилиндр, 3-4-6-гранная пирамида и сфера радиус вписанной окружности при равенстве значений площади и объема равен 3.

Список литературы:

Ворон, А.В. Тождество значений площади и периметра ряда двумерных фигур, объема и площади – трехмерных // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.25873, 14.11.2019.