Приложение.

Уравнения двойственного поля

Приведём в сжатом виде нашу версию двойственного поля, при этом допуская возможность других его представлений. Каждая точка пространства времени задаётся вещественным бикватернионом Z=(t,**r**), представляющим собой связку временной t и пространственной **r** координат [24]. Двойственное поле задаётся парой трёхмерных комплексно-векторных функций (*полуполей*) **{F,G},** определённых на всём пространстве-времени: **F**=**F**(Z), **G**=**G**(Z). По аналогии с электромагнитным полем каждое из полуполей можно разложить на сумму вещественных «электрической» и «магнитной» составляющих (напряжённостей): $\mathbf{F}=\mathbf{E_1}+\mathrm{i}\,\mathbf{H_1},\mathbf{G}=\mathbf{E_2}+\mathrm{i}\,\mathbf{H_2}$.

4-вектор* потока энергии-импульса (векторная часть которого есть вектор Умова-Пойнтинга) имеет вид бикватерниона: $K=\frac{1}{2}\mathbf{GF}$. Стоящее в правой части последнего равенства бикватернионное произведение векторов **G** и **F** состоит из суммы скалярного и векторного произведений этих векторов. Заметим, что K имеет как вещественную, так и мнимую составляющие. Вещественная составляющая соответствует линейному импульсу, тогда как мнимая составляющая вращательная. Частный случай двойственного поля, когда его компоненты комплексно сопряжены друг другу: $\mathbf{G}=\mathbf{F}^*$, есть обычное электромагнитное поле, удовлетворяющее уравнениям Максвелла, либо его нелинейное расширение [24].

Величина бикватернона K : $|K|^2=\frac{1}{4}\mathbf{G}^2\mathbf{F}^2$ является массовой характеристикой поля. В зависимости от этой величины возможны три типа поля. Первый, безмассовый, тип осуществляется, когда обе составляющие поля нульвекторные (с нулевым квадратом): $\mathbf{G}^2=\mathbf{F}^2=0\Rightarrow|K|^2=0$. Этот случай по аналогии с электромагнитным полем можно назвать фотонным. Второй тип – массовый – когда $\mathbf{G}^2\neq 0,\mathbf{F}^2\neq 0\Rightarrow|K|^2\neq 0$. Этот тип соответствует частицам, обладающим массой; в электродинамике это электроны и позитроны.

Самый интересный это третий, смешанный, тип, когда $\mathbf{G}^2\neq 0,\mathbf{F}^2=0\Rightarrow|K|^2=0$. Как мы видим, в этом случае мы также имеем дело с безмассовой частицей, однако, одна из двух компонент поля **G** не является нульвектором. Продолжая аналогию с электродинамикой и элементарными частицами, этот случай, по всей видимости, соответствует нейтрино. Эта частица, как мы знаем, безмассовая и, тем не менее, она является фермионом – частицей по своей симметрии подобной электрону. Таким образом, нейтрино сочетает в себе свойства как материи, так и света. Мы полагаем, что двойственное поле способно описать как чисто физические электромагнитные и электрослабые поля и взаимодействия, так и их расширение в виде биологического поля.

Уравнения двойственного поля выводятся по аналогии с нелинейными уравнениями Максвелла [24]. Пусть dZ некоторая площадка трёхмерной гиперповерхности пространства-времени. По соображениям лоренцевой ковариантности поток энергии-импульса через эту площадку выражается как: $d\,\Sigma=\mathbf{F}\,dZ\,\mathbf{G}$. Уравнения двойственного поля получаются из требования сохранения потока энергии-импульса, протекающего через произвольную замкнутую гиперповерхность пространства-времени, и с применением обобщенных формул Остроградского-Гаусса. В краткой записи уравнения двойственного поля имеют вид:

$$(\mathbf{F}D)\mathbf{G}+\mathbf{F}(D\mathbf{G})=0 \qquad (1)$$

где D обозначает оператор бикватернионного градиента:

---

* Под 4-вектором мы понимаем вещественный бикватернион, который не обязательно преобразуется как лоренц-ковариантный четырёхвектор специальной теории относительности (более подробно см.[26]).

$$
\begin{array}{l} D\mathbf{G}=(\nabla\cdot\mathbf{G},\partial_t\mathbf{G}+\mathrm{i}\nabla\times\mathbf{G}) \\ \mathbf{F}D=(\nabla\cdot\mathbf{F},\partial_t\mathbf{F}-\mathrm{i}\nabla\times\mathbf{F}) \end{array} \qquad (2)
$$

Если учесть, что величины $I=(\mathbf{F}D), J=D\mathbf{G}$ представляют собой 4-токи соответствующих полуполей, то становится понятным физический смысл уравнения (1): силы и работы каждого из полуполей над током другого полуполя взаимно компенсируются:

$$
I\mathbf{G}+\mathbf{F}J=0 \qquad (3)
$$

Выпишем для справки уравнения двойственного поля (1) в развёрнутом виде:

$$
\begin{cases} (\partial_t\mathbf{F}-\mathrm{i}\nabla\times\mathbf{F})\cdot\mathbf{G}+(\partial_t\mathbf{G}+\mathrm{i}\nabla\times\mathbf{G})\cdot\mathbf{F}=0 \\ (\partial_t\mathbf{F}-\mathrm{i}\nabla\times\mathbf{F})\times\mathbf{G}-(\partial_t\mathbf{G}+\mathrm{i}\nabla\times\mathbf{G})\times\mathbf{F}=\mathrm{i}(\nabla\cdot\mathbf{F})\mathbf{G}+\mathrm{i}(\nabla\cdot\mathbf{G})\mathbf{F} \end{cases} \qquad (4)
$$

Первое из уравнений (4) выражает баланс работ, тогда как второе из этих уравнений – баланс сил. Уравнения Максвелла получаются из (4) при комплексно сопряжённых друг другу полуполях $\mathbf{G}=\mathbf{F}^*$. В силу этого уравнения двойственного поля (1) правомерно считать обобщением уравнений Максвелла.

Движение точечной заряженной частицы в обычном электромагнитном поле **F** можно представить как эволюцию её импульса-энергии (4-импульса) во времени под действием лоренц-операторов поля. За бесконечно малое время δt энергия-импульс такой частицы $P=(E,\mathbf{P})$ изменяется следующим образом: $P(t+\delta t)=U^* P(t)U, U=\exp(\frac{e}{m}\mathbf{F}\,\delta t)$, где e – заряд, а m - масса частицы. Как мы видим, это изменение представляет собой симметричное инфинитезимальное преобразование Лоренца, задаваемое бикватернионом U. В случае же двойственного поля ситуация несколько меняется: изменение 4-импульса даётся преобразованием несимметричного (двухстороннего) вида:

$$
P(t+\delta t)=U_1 P(t)U_2 \qquad (5)
$$

где лоренц-операторы U_1 и U_2 определяются каждым из полуполей **F** и **G** соответственно: $U_1=\exp(\frac{e}{m}\mathbf{F}\,\delta t), U_2=\exp(\frac{e}{m}\mathbf{G}\,\delta t)$. Формула (5) открывает дорогу для изучения *несимметричных преобразований* Лоренца. Операторы U_1 и U_2 можно рассматривать как действующие вперёд по времени и обратно ему. Тем самым, преобразования вида (5) реализуют двустороннюю детерминированность, о которой писалось выше в статье.

В частном случае классического электромагнитного поля лоренц-операторы преобразования (5) – как и сами полуполя – комплексно сопряжены друг другу. Поскольку смысл операции комплексного сопряжения состоит в обращении времени, то преобразование (5) предполагает возможность существования сопряжения прямого и обратного процессов, которое отличается от простого обращения времени в уравнениях.

Мы видим следующие направления дальнейшего развития теории двойственного поля:

- определение связи между полуполями **F** и **G** – обобщение операции сопряжения;
- развитие концепции двухсторонних лоренц-операторов;
- математическое описание двухсторонней и пространственно-временной детерминированности с применением несимметричных лоренц-операторов и интеграла Коши;
- развитие теории аналитичности двойственных бикватернионных функций;
- поиск солитонных и циклически замкнутых решений уравнений двойственного поля;
- представление полевой сингулярности как канала связи между внутренним и внешним

пространствами субъекта;

– развитие векторной алгебры циклических пространств, базовым объектом которых служат раскручивающиеся и скручивающиеся спирали; создание на их основе нелинейной метрики;

– объединение топологии и геометрии на основе нелинейной метрики;

– выявление рекурсии и фрактальности в решениях уравнений двойственных полей;

– изучение квантовых эффектов двойственных полей; исследование механизмов дискретной передачи вращательных мод энергии; теория биоспина.