Диалектика логических парадоксов

2 редакция «Анализа логических парадоксов»
от 02.03.21г, дополненная. 10.04.22г

Оглавление

Аннотация

В данной статье осуществляется попытка раскрытия смысла логических парадоксов самореференции (антиномии) методами формальной логики с учетом существенного содержания парадоксальных суждений и понятий. В рамках расширенной логики парадокс рассматривается как специфическая логическая форма, имеющая равное право на существование и свое место в теории наряду с прочими. Вопреки распространенному мнению парадокс не является ни ошибкой, ни логическим противоречием, он имеет ключевое значение в переходных взаимодействиях противоположных суждений. Рассмотрение парадокса как истинного суждения не является в истории чем – либо новым, проблема заключается в обосновании данного вывода. Под термином «расширенная» логика подразумевается та же классическая формальная логика с включением в рассуждения определенных моментов или факторов, с необходимостью следующих из реальной рассматриваемой логической ситуации и не противоречащих основным принципам и законам формальной логики.

Общие замечания и понятия

Относительно причин возникновения и смысла парадоксов как логической ошибки имеются различные мнения, более распространенное ранее:

Определение 1º

Логический парадокс — это противоречие, имеющее статус логически корректного вывода и, вместе с тем, представляющее собой рассуждение, приводящее к взаимно исключающим заключениям. Логическая ошибка парадокса в отличие от паралогизма и софизма не обнаружена пока из-за несовершенства существующих методов логики.[1]

Выдающиеся АТМ-специалисты Френкель и Бар-Хиллел в середине прошлого века писали по этому поводу [22][2]

[1] Парадокс - это... Что такое Парадокс? dic.academic.ru›dic.nsf/ruwiki/13118
[2] Альманах МОИ № 108 2016г. стр. 40. *Зенкин А.А.* «Коварство амбициозной самодостаточности» 2005г.

«С самого начала следует уяснить, что в традиционной трактовке логики и математики нет решительно ничего, что могло бы служить в качестве основы для устранения антиномии Рассела <АЗ: а также парадокса «Лжец»>. Мы полагаем, что любые попытки выйти из положения с помощью *традиционных …* способов мышления, *до сих пор неизменно проваливавшиеся*, *заведомо недостаточны* для этой цели. *Некоторый отход от привычных способов мышления явно необходим*, хотя место этого отхода заранее не ясно».[3]

Другое понятие о скрытой ошибке в самом парадоксе, который представляется как логическое противоречие:

Логическая ошибка парадокса объясняется неверным выбором логических посылок, например, когда речь идет о предметах, не имеющих четкого определения. [4]

Но имеется много парадоксов, в формулировке которых до сего времени ошибок выявить не удалось. В данной работе ставится вопрос об отказе от выражения *«ошибка парадокса»,* правильный смысл имеет: *«разгадка парадокса»,* если парадоксальная ситуация изложена логически правильно, ошибок не должно быть.

Парадоксы можно разделить на истинные, в основе которых посылки, разрешенные правилами и псевдопарадоксы, в которых излагается некая гипотетическая парадоксальная ситуация, но фактически в формулировке заранее заложена логическая ошибка.

Типовой ошибкой является использование сокращенных понятий без соответствующего учета данного факта. В любом учебнике формальной логики указывается, что понятие определяется своими признаками, временем и отношениями с другими понятиями. Очень часто время и отношения (обстоятельство, что логическая форма находится во множестве других с ней связанных) не учитываются. Понятие или высказывание назовем полным, если имеется его достаточное обоснование (4-й закон логики). Хотя как "само собой разумеется" или в контексте всегда считается, что используемые суждения истинные.

Псевдопарадоксы получаются из нечетких исходных посылок или когда одна уже заранее явно или скрытно противоречит другой, что не соответствует положению дел в реальности, типа "масло немасляное" или "сделать то, не знаю что"

Обычно в качестве парадоксов рассматриваются суждения, но парадоксальным может быть и самообратимое понятие, если иметь в виду, что любое понятие можно выразить простым предикатным суждением: «*Это есть то – то и то – то…*»

Надо полагать, что парадоксы - абстрактные построения аналогичные реально существующим противоречиям в природе. Законы диалектики слабо формализованы, но закон отрицания отрицания применяется однозначно, на его основе и возникают логические парадоксы. Из самой формулы закона $\mathbf{A = \neg(\neg A)}$ видно, что положительная форма приравнена к отрицательной, при создании условий и выполнении определенных операций происходит парадоксальное превращение отрицательного понятия $\mathbf{\neg A}$ в положительное и наоборот.

Из разрешенных правилами посылок по верным законам должны получаться правильные выводы. Т.е. в принципе парадоксальные выводы просто не вписываются в современную теорию. Логических парадоксов как противоречий в природе нет, естественные противоречия возникают и успешно разрешаются в виде движения материи. Логическое противоречие в природе – это катастрофа, нарушение законов, разрушение объектов, это не логика, а хаос. Наглядные примеры: «короткое» замыкание в электротехнике, аннигиляция в физике. Или обычный пример, если два водителя авто вопреки ПДД и законам природы захотели в одно и тоже время проехать по одному и тому же месту, из их автомобилей получится «ничто», это и есть «противоречие» в жизни, т.е. катастрофа. Безусловно примеры представлены упрощенно, для сравнительной иллюстрации, т.к. в природе нет бесконечной большой скорости изменений, в них тоже можно обнаружить процесс. Даже в гипотетичных ситуациях, как в парадоксе "Осужденного", можно и повесить и отрубить субъекту голову, парадокса не будет, но и правил действий сформулированных в парадоксе никаких тоже не будет.

---

[3] Френкель А.А., Бар-Хиллел И. *Основания теории множеств*. – М.: Мир, 1966.
[4] Википедия. Статья «Логический парадокс» 14.03.19г

Конкретные примеры указывают на то, что логические парадоксы возникают в абстрактной сфере или виртуальной, псевдопарадоксы в основном связаны с ошибочным описанием действий реальных объектов или условно к ним приравненных (например, «Господь всемогущий»).

Здесь рассматриваются только стандартные парадоксы самореференции, кроме абстрактных конструкций типа парадокса Карри, нарушающих логические правила и очевидно не имеющих смысла. [Данный парадокс подробно рассмотрен в Л-4][5]

Парадоксы самореференции

Это хорошо известный (и хорошо изученный) класс противоречий, возникающих в высказываниях, которые содержат определение чего-либо, неявно ссылающееся на само себя.

Самореферéнция (самоотносимость) — явление, которое возникает в системах высказываний в тех случаях, когда некое понятие ссылается само на себя. Иначе говоря, если какое-либо выражение является одновременно самой функцией и аргументом этой функции.

Самореференция в математике и логике всегда означает нарушение предикативности и обычно вызывает логические парадоксы. Причина в том, что объект (субъект), указывающий сам на себя во множестве (системе, теории) и несущий оценку (действие) самому себе, благодаря самому себе, ведёт к логическому парадоксу.[6]

Термин «Н. о.» (*непредикативное определение*) ввёл А. Пуанкаре (1906), который был против употребления Н. о. в математике, т. к. по своей форме Н. о. имеют характер порочного круга. Б. Рассел считал Н. о. источником всех парадоксов в теории множеств.[7]

Вопрос не однозначен, неясно, почему данное явление считается нарушением предикативности, в естественных языках имеется много в той или иной степени неопределенных предикатов, здесь же налицо четкий предикат именно логического характера. В парадоксе Лжеца, если не делать бесконечных кругов, формально предложение подтверждается на первом же круге рассуждений, вывод $\boldsymbol{0 \,\&\, 1 \Leftrightarrow 0}$ и есть противоречие, т.е. ложь, что и требовалось доказать, вполне однозначное определение. И нельзя утверждать, что имеет место «порочный» круг – тавтология или просто ссылка на самого себя, т.к. суждение изменено согласно вполне объективного закона, полученный вывод имеет определенное обоснование, имеем раскрытие смысла содержания, почему конкретно суждение ложно, а не просто произвольное исходное понятие «ложное».

Во-вторых, не совсем верно утверждение, что самореференция в логике всегда нарушение предикативности, например, сразу можно утверждать, что самореференция всего класса чисто утвердительных суждений не приводит ни к каким нарушениям логики или непредвиденным последствиям. Суждения самоутверждаются по правилу поглощения без изменения логического смысла и все, пример - парадокс Греллинга – Нельсона в первой части о понятии «автологичного». Кроме этого в литературе приводится много других фактов в качестве противоположных примеров. [Ивин А.А. Л-2 стр.98, Т. Боландер, Ладов В.А. Л-10 стр.109 и другие]

В-третьих, формальная логика не занимается изобретением исходных понятий или простых суждений, определением значения и качественного содержания логических форм, это вопрос естественных наук и практики людей. В качестве первичных элементов логика в основном использует то, уже что имеется как факт. Истинный парадокс как предложение сформулирован по всем правилам грамматики, а что из него логически следует – уже проблема самой логики.

Самореференция - самооценка системы. Более общее понятие - самообратимость или самоприменимость логической формы, воздействие системы или ее части на саму себя, абстрактный аналог чрезвычайно распространенного и необходимого явления - обратной связи. Закон отрицания отрицания в значительной степени можно считать законом самоприменения, т.к. в нем фигурирует только одна логическая форма, действующая на саму себя. Формально самоприменимость означает идентичность в определенном отношении содержания

---

[5] Парадокс Карри. Циклопедия

[6] Википедия. Статья «Самореференция» 03.09.20г

[7] Непредикати́вное определе́ние // Большая Российская энциклопедия.

самой логической форме, на основе идентичности и возможно взаимодействие. Или по другому ситуация, когда самообратимое понятие входит в свой собственный объем определения, соответственно также обладает общим характеристическим свойством данного множества.

Все понятия можно разделить на самоприменимые и несамоприменимые. Самообратимость существует объективно и ничего с этим не поделаешь. Невозможно отсортировать и исключить из употребления массу самоприменимых понятий, даже такой термин как само "понятие" очевидно самообратим. В качестве фактора развития логических форм в процессе рассуждений самообратимость безусловно необходима и явно или не явно постоянно используется. Любое стандартное доказательство в обобщенном виде работает с использованием принципа обратной связи: выдвигаются тезисы, подбираются аргументы, затем доказательство и утверждение исходных положений с традиционным: "что и требовалось доказать". И подобный цикл самоприменения повторяется снова и снова.

Другой типовой пример. Если расшифровать общее понятие "последователь" в распространенных в математике индуктивных множествах, (**$x \cup \{x\}$** в аксиоме бесконечности: **$\exists\omega(\emptyset\in\omega\land\forall x(x\in\omega\rightarrow x\cup\{x\}\in\omega))$**), то это собственно и есть применение принципа самообратимости. Например, аксиомы Пеано в известной формулировке:

"Введем функцию ***S(x)***, которая сопоставляет числу ***x*** следующее за ним число.

1. $1 \in N$. 2. $x \in N \Rightarrow S(x) \in N$" и т.д. [8]

Если иметь в виду, что речь идет о формуле ***(x+1)***, то данная функция есть простой цепной алгоритм последовательного самоприменение данной формулы для построения множества натуральных чисел:

п1. при $x = 1 \Rightarrow (1+1) = 2$ - подстановка ***1*** *в* ***(x+1)***

п2. при $x = 2 \Rightarrow ((1+1)+1) = 3$, подстановка ***2*** *из п1. в* ***(x+1)***

п3. при $x = 3 \Rightarrow (((1+1)+1)+1) = 4$, подстановка ***3*** *из п2. в* ***(x+1)***

п4. и т.д. до бесконечности.

Но тавтологии здесь нет, т.к. на каждом шаге к известному знанию прибавляется нечто новое. Учитывая фактически существующее разделение предметной логики и металогики, что на практике зачастую явно не фиксируется, формулы логики, да и математики, применяются по принципу самообратимости в качестве «правил вывода» с некоторыми модификациями формы и соответствующей аннотацией.

В живой природе самоприменение настолько распространено, что его можно возвести в принцип саморазвития или вообще Закон саморазвития всей природы. Устройства обратной связи в технике – основа любой автоматической системы. Самоконтроль в виде обратной связи самый существенный элемент искусственного интеллекта. Даже человек при потере слуха – обрыве той же обратной связи теряет способность речи. На высших уровнях существования организмов сознание и самосознание и есть в первую очередь или говоря обобщенно и упрощенно самоощущение.

Самореференция или самооценка - нормальное и необходимое явление в обычной жизни, не помешает и в логике. Если после самоприменения логической формы по разрешенным правилам в полностью или частично имеем новую форму, то это изменение или развитие исходных логических посылок. Если происходит возврат и получение в точности исходной формы, то это циклическая ссылка, порочный круг, не надо доводить до этого.

Но самообратимость в известном смысле противоречит основному принципу формальной логики: за исключением значения истинности - ложности не рассматривать содержание логических форм, имеется в виду реальные свойства объектов. Самообратимость понимается именно как обратное воздействие содержания логической формы на саму форму, и в этом требует содержательного подхода. Но, если содержание также логическая форма, то это нормальная практика. Мнение, что логике не используется содержание понятий, просто иллю-

[8] Аксиомы Пеано | Математика | Fandom

зия, не существует форма без содержания и содержание без формы, это общеизвестная аксиома. Просто необходимы достаточно четкие определения реальных свойств для их идентификации с логическими формами, что в обшей логике и на практике возможно и вполне реально осуществляется в той или иной степени строгости с помощью фиксированных словарей. В математической логике исчисление предикатов в этом смысле можно также считать операциями с содержанием логических форм. Главное должны сохраняться принципы и методы формализма. Все это несколько выходит за рамки формальной логики, но не противоречит ей, а расширяет.

В литературе указано много факторов порождающих парадоксы. Но ни один из них сам по себе не приводит к парадоксам и может свободно использоваться в теории. Парадоксы возникают при сочетании минимум трех условий, с необходимостью присутствующих в логической ситуации:

Условия возникновения парадокса:

1. **Суждение отрицательное -** его отрицание по закону отрицания отрицания дает парадоксальный эффект превращения в суждение положительное.
2. **Суждение категорическое, абсолютное или всеобщее** (субъект и предикат распределены), если суждение не категорическое, то возможны другие варианты. Т.е. суждение общеотрицательное. Множества имеют характер изолированных или универсальных.
3. **Суждение (понятие) самообратимое** (иначе з-н отрицания отрицания также не распространяется на отрицательное высказывание)

Практически исходное суждение или два суждения имеют два связанных противоположных предикатов или один отрицательный самообратимый предикат, а положительный имеется в виду в качестве виртуального в контексте согласно общим логическим правилам. (Если дано отрицательное суждение, то имеется положительное, от которого оно образовано). Это простейший вариант, прочие имеют промежуточные связывающие или поясняющие, усложняющие нейтральные суждения.

В принципе к этому же выводу подходил профессор А.А.Зенкин:

> С точки зрения классической логики это и означает, что самоприменимость (СЯ) + отрицание (НЕ) являются необходимыми, но *недостаточными условиями* «наступления события» парадоксальности.[9]

Естественно суждения имеются в виду осмысленные, их предикаты или субъект и предикат должны быть определенным образом связаны, даже несовместимые отношением противоположностей. Исключение - несравнимые понятия, они могут образовывать грамматическое предложение, но логического смысла не имеют (как в парадоксе Карри). Например, в Л-13 приводится оригинальное, но видимо не корректное предложение (с виду оно удовлетворяет п.п.**1-3**, но доказывает противоположное):

> Рассмотрим высказывание “Ничто сущее не является круглым квадратом”. Это высказывание автореферентно, ибо оно само есть нечто сущее, и потому может быть поставлено на место собственного логического субъекта. Вместе с тем, оно осмысленно, непарадоксально и истинно. Высказывание “Ничто сущее не является круглым квадратом” само не является круглым квадратом. Налицо пример отрицательного автоферентного, но вместе с тем непарадоксального высказывания. Отсюда можно сделать вывод, что отрицательный характер высказываний как таковой не является достаточным условием парадоксальности, возникающей в автореферентной среде.[10]

Возможно высказывание еще как то можно расширенно трактовать в качестве «сущего», но как к нему приложить предикат «не быть круглым квадратом» совсем не понятно, геометрия с понятием «высказывание» не имеет ничего общего, характеризовать данное высказывание как «осмысленное» проблематично, (не говоря уже о том, что высказывание можно трансформировать в равносильное утвердительное)

---

[9] Журнал МОИ № 108,2016г. стр.41 *Зенкин А.А.* Коварство амбициозной самодостаточности,2005

[10] Уроки «Лжеца» В.А.Ладов **doc.knigi-x.ru**›…va-ladov…state…osnovaniya…glavnoy…

Исходя из факта естественности и правомерности указанных факторов возникновения парадокса можно судить о естественности и правомерности существования конкретного парадокса.

1. Парадокс лжеца

Различные варианты с единичным высказыванием. (Википедия)

"Данное высказывание — ложно".

Истинно ли это высказывание или нет? Легко показать, что это высказывание не может быть ни истинным, ни ложным. (ВП)

Действительно, само по себе высказывание как таковое ни о чем, следовательно, ни истинное, ни ложное. Но поскольку здесь в качестве содержания произвольно или субъективно выбрана ложность, получилось категорическое референтное отрицательное высказывание, не лучше и не хуже любого другого.

В выбранном предложении имеется два предиката:

1. "Высказывание - данное", указывает на самого себя, (само понятие "высказывание" также самообратимо), своего рода указание действия.

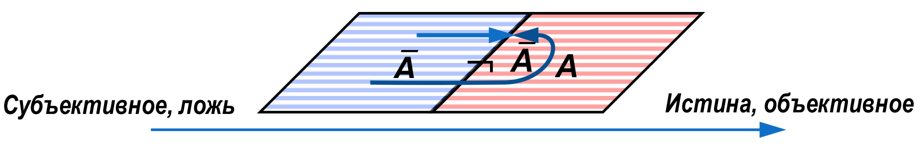
2. "Высказывание - ложно", если верить субъекту высказывания, т.е. содержанию высказывания. Оценка истинности – ложности самим субъектом высказывания.

Если ложное высказывание ложно, то согласно закона отрицания отрицания оно истинно. На этом цепь рассуждений надо закончить как в математике **(-) * (-) = (+)** и все, далее при формальном подходе можно только ходить по кругу. Причем здесь уже оценивается сама данная логическая форма как объект рассмотрения, сама операция соответствует объективному логическому закону, это оценка с объективной стороны, не важно кто выполняет. Фактически здесь "объект" или "объективный" есть тот же субъект, но после выполнения операций с ним разрешенных правилами. Оценка имеет определенные основания в виде исходных посылок и объективного логического закона.

Имеем две оценки: первичная, высказывание ложно с субъективной стороны и во - вторых истинно с объективной. Т.к. формальная логика не различает субъективное и объективное и разные оценки относятся к одному и тому же предмету, по правилу конъюнкции (закон непротиворечия): $0 \,\&\, 1 \Leftrightarrow 0$ все равно имеем в целом ложное суждение, что подтверждает данное суждение в том, что оно ложное.

Упрощенная диаграмма Венна для суждений ***«А»*** и ***«не-А»***. «Субъективно» здесь соответствует лжи, внутренняя область определения ***«не-А»***, «объективное» - истине, область ***«А»*** вне зоны определения ***«не-А»,*** внешняя относительно субъективной.

Рис.1



Формально:

1. Имеем высказывание A*: "Данное высказывание - ложь" или* $A – 0$*, т.е:* $A = (A – 0)$

2. $A – 0$ *есть значение или содержание высказывания, субъективная сторона.*

3. При подстановке $(A – 0)$ *в* A *имеем:* $(A – 0) – 0) \Rightarrow$ *2 варианта, исходя из того к чему относится* 0

$$а)\ (A – 0) – 0) \Rightarrow (A – 1)$$

$$в)\ (A – 0) – 0) \Rightarrow (\neg A – 0) \Rightarrow (A – 1)$$

4. И в том и другом случае: $(A – 0) = (A – 1)$ *- формальное противоречие.*

Получается парадоксальное утверждение: «данное высказывание – ложно, если оно истинно» или наоборот: «если данное высказывание – истинно, то оно ложно» (первоначальное утверждение).

Но учитывая существенные факторы логической ситуации, поскольку здесь предмет рассматривается с разных сторон: с субъективной и с объективной, чтобы не путать разные аспекты, можно ввести указанные различия, получаются два суждения:

$$A = \frac{(A-0)_{суб}}{(A-1)_{об}} \quad и\ B = \frac{(A-1)_{об}}{(A-0)_{суб}}$$

где под чертой - условия суждения или его обоснование.

Обозначение индексами ***об*** и ***суб*** говорит о том, что суждения имеют вторые значения, аналогичные ***0*** и ***1***, но в определения которых входят дополнительные признаки с традиционным смыслом локализации в логическом пространстве субъективного как внутренней области понятия и объективного как внешней относительно субъекта с соответствующей ориентацией, что частично совпадает с ложью и истиной.

Тогда формально нет противоречия, т.к. одно и тоже суждение взято в различных отношениях: с субъективной стороны, по утверждению субъекта высказывания (содержания) – оно ложно, это подтверждается тем, что с объективной стороны (формы) суждение истинно, и наоборот. Или имеем разные утверждения об истинности - ложности, первое - о содержании, второе - о самой логической форме парадокса. Ситуация естественна, т.к. для любого суждения формально можно подтвердить тождественность сказанное в нем, если по крайней мере его форма соответствует логическим правилам, т.е. истинна. Получается парадокс есть, но логического противоречия нет.

Обычно чаще рассуждают с точки зрения некого "виртуального внешнего наблюдателя". "Виртуальный" означает "логически возможный", некий персонаж, находящийся «в стороне» от объекта рассмотрения (понятие относится к металогике). В логике высказываний, например, таковыми являются таблицы истинности – ложности, комбинация возможных значений элементов суждения, задаваемая как бы «со стороны» В двузначной логике для проверки или установления значения предложения допускают возможные варианты: $(A - 1)_{об}$ или $(A - 0)_{об}$, т.е. оценивают его с объективно или рассматривают ситуацию «фактически» или употребляют выражение «на самом деле». Этот типовой прием гипотетического рассуждения означает, что суждение находится в некотором «логическом универсальном множестве», "пространстве" или «общей предметной области» Особенно актуально это в данном случае. Если дано отрицательное суждение $A - 0$, то с необходимостью существует первичное положительное, отрицанием которого оно является, (см.диаграммы Венна) Универсальное множество образуется по схеме: $A \cup \bar{A} = U$ (*где* $\bar{A}$ трактуется как дополнение A: $A \cup \backslash A = U$ или как множество элементов сформированных противоположными, отрицательными предикатами) Вариант "внешнего наблюдателя" $A - 1$ совпадает с логическим развитием исходных посылок парадокса.

Например, для данной ситуации: Если суждение ***А*** <u>действительно</u> ложно, то оно объективно истинно, и наоборот:

$$A = (A-0)_{суб} = ((A-0)_{суб} - 0)_{суб} = (A-1)_{об},\ где{:}\ (A{-}0)-0 = A{-}1,\ суб\ суб = об$$

$$B = (A-1)_{об} = ((A-1)_{об} - 1)_{об} = ((A-0) - 0)_{об} = (A-0)_{суб},\ где{:}\ 0_{об} = суб$$

Здесь последовательно применяются подстановка $(A - 0)_{суб}$ *в* ***А***, закон отрицания отрицания и затем наоборот.

из $(A-0)_{суб} \Rightarrow (A-1)_{об}$ *и* $(A-1)_{об} \Rightarrow (A-0)_{суб}$ *следует эквивалентность:*

$$(A-0)_{суб} \Leftrightarrow (A-1)_{об} \qquad (1^{o})$$

Вторая возможная оценка $(A - 0)_{об}$ приводит к выводу, что исходная субъективная оценка ложная, следовательно суждение истинное. Но этот путь ведет в тупик:

$$((A-1)_{суб} - 1)_{суб} \Rightarrow (A-1)_{суб\ суб} \Rightarrow (A-1)_{об},\ где{:}\ (A-1)_{суб} - 1) = (A-1)_{суб}$$

(Подстановка $(A - 1)_{суб}$ *в* ***А*** и правило поглощения)

Это противоречит оценке "объективного наблюдателя" $A - 0$, значит она не верна.

Имеем фактически два суждения, субъект второго "условный внешний наблюдатель", который оценивает объект рассмотрения - того же суждения, но с внешней стороны, на основании объективных законов. А поскольку предмет рассмотрения один, формально в итоге можно утверждать, что имея два противоречащих вывода об одном и том же, высказывание ***А*** - действительно ложно ***А – (0 & 1)*** - логическое противоречие. Значит исходное суждение формально не парадоксально, а просто ложно, но сама ситуация парадоксальна.

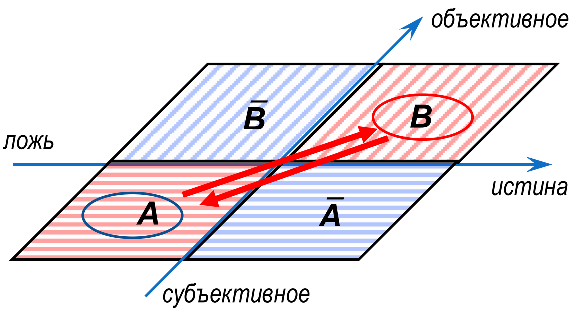
Причина данной ситуации - относительность значений "истинности - ложности", зависящих от того, кто оценивает предмет или субъективность - объективность суждений, что тоже не учитывает классическая логика.

В этом смысле представляется чрезмерной предлагаемая для объяснения и исключения парадоксов система иерархии языков, метаязыков или специальных типов суждений (теория типов Б.Рассела, языка и метаязыка А.Тарского, логика и металогика) с одной стороны и недостаточна с другой. Системы правильно отражают логическую ситуацию в своем плане и своими средствами поскольку тоже основываются на иерархии фактических понятий от исходных конкретных до абстрактных. Ошибки начинаются по причине ложности поставленных целей: избавления от референции и парадоксов, с последующим вынужденным применением различных искусственных ограничений: формирования множеств, запрет множества множеств и т.п. (Подробно рассмотрено в Л-10) Для получения картины адекватной действительности достаточно использования напрямую естественных понятий разной степени или уровня общности или абстракции. Например, истина - понятие общее, истина субъективная и истина объективная - частные, локальные понятия для противоположных областей определения универсального множества. Та же ситуация с разделением понятий на частные присутствует и в других парадоксах. В данном парадоксе несколько сложнее, т.к. одно понятие имеет разные функции: одновременно содержания суждения и его оценки. Но фактически оценка с объективной стороны присутствует и в других парадоксах, например, в аналогичном парадоксе Греллинга, только оценка осуществляется не в плане истинности - ложности, а согласно предварительно сформулированных определений автологичного - гетерологичного. А это еще один путь рассуждений, на основании оценки по имеющемуся определению отрицательное понятие (в обобщенном виде) объективно определяется как одновременно противоположное положительное.

Если есть «алгебра высказываний», то почему бы не относиться к ней соответственно, как в математике. Типовые диаграммы Венна зачастую грубо и неполно отражают реальную картину, некоторые суждения и производные множества вообще никак. Предлагаемая схема логического пространства для плоскости. Здесь ложь и истина различаются на объективную и субъективную. Схема более точно иллюстрирует формулу:

$$(A - 0)_{суб} \Leftrightarrow (A - 1)_{об} \quad (1^{\circ})$$

Рис.2



2. Парадокс лжецов

(Или аналогичное высказывание Эпименида *(в других вариантах* Эвбулид*);* «Все критяне – лжецы» или «Все высказывания критян лживы» или просто: "Все высказывания - ложны" (ВП)

Парадоксы 1 и 2 аналогичны, но есть смысл в их разделении из – за разницы логических структур.

1. Критянин ***А*** говорит: "Все высказывания критян лживы» - (субъективное высказывание α)

2. $\boldsymbol{A}$ **-** критянин, $\Rightarrow$ α - тоже ложь.

3. Тогда, если α - ложь, и все другие высказывания критян - действительно ложны, то объективно α - истинно.

4. Т.е. имеем, как факт, одно истинное объективное высказывание α критянина $\boldsymbol{A}$

5. Следовательно не все высказывания критян ложные, как минимум одно - истинно

6. Формально из $\boldsymbol{0 \,\&\, 1 \Leftrightarrow 0} \Rightarrow \alpha$ **-** ложно.

Парадокс лжеца демонстрирует расхождение разговорной речи с формальной логикой, вводя высказывание, которое одновременно истинно и ложно.

Утверждение, составляющее парадокс лжеца, в формальной логике не доказуемо и не опровержимо. Поэтому считается, что данное высказывание вообще не является логическим утверждением.

Вопрос в том, каков антитезис к высказыванию «критяне всегда лгут». Если антитезис — «критяне никогда не лгут», то парадокс имеет место; если же антитезис «критяне не всегда лгут», то высказывание Эпименида просто ложно, и никакого парадокса нет. (ВП) [11]

Первый антитезис тоже не годится, судя по исходному заявлению одно ложное суждение есть сразу, для формальной логики неважно какое оно - субъективное или объективное.

Другой способ рассуждений еще проще, практический. С точки зрения той же житейской логики и без всяких формул известно, что не могут лгать исключительно всегда и все критяне. Если поставлена задача оценить правдивость критян, в замкнутом обществе кто то должен сказать правду, а ложь не несет информации. Т.е. для критян проблема состоит в том, как сообщить о ложности своих высказываний, в любом случае возникнет парадокс. Если критяне, в том числе и сам Эпименид, действительно все лжецы и приведенные рассуждения верны, то парадокс единственное высказывание, которое точно и полно выражает реальную ситуацию и ее оценку. Более слабым и неполным будет формально истинное суждение: "Некоторые суждения критян - ложны" или аналогичные ему. Если предложение высказано, то несмотря на его объявленную "ложность" "условный наблюдатель", имея исходные посылки и зная законы логики получил истинное суждение. А то, что невзирая на личное мнение Эпименида, высказывание получилось объективно истинным не его проблема, такова логика в целом.

В итоге, если законы логики, факты и определения понятий должны быть неизменны, то придется поступиться категоричностью:

Вывод-1: Не существует отдельное абсолютно отрицательное множество, минимум один элемент в нем должен быть положительным.

Истина заключается не в категоричности утверждения, а в доказательстве. Даже ложное высказывание для подтверждения своей ложности должно иметь истинное обоснование.

Одно из основных правил неклассической математики – Истинно то, что доказуемо. [Л-7] [12]

Что справедливо и для традиционной логики согласно закона достаточного основания.

Доказательство вывода простое. Для того чтобы «нечто» отрицать, (в природе - уничтожить) это «нечто» по крайней мере надо иметь, для этого оно должно существовать в обязательном порядке. Т.е. в универсальном (изолированном) множестве присутствие положительного элемента строго необходимо, тем более, что в данном случае речь идет о самом множестве.

Примеров в жизни масса: не вдаваясь в подробности круговоротов в природе известно, что может существовать отдельно и независимо стадо травоядных, но не может без травоядных существовать изолировано стая хищников.

Примерная формализация парадокса:

α *- любое суждение критян*

$\boldsymbol{A}$ *– суждение о значении суждений критян*

[11] Википедия, статья «Парадокс Лжеца» 14.03.19г

[12] Философские принципы интуиционизма Брауэра studfile.net›**preview/3166869/page:7/**

– *связка "есть"*

Имеем: $\mathbf{A} = (\forall\alpha - \mathbf{0})$ *и* $(\mathbf{A} - \alpha)$

из $\underline{(\forall\alpha - \mathbf{0}) \Rightarrow (\alpha - \mathbf{0}) \Rightarrow (\mathbf{A} - \mathbf{0})}$

подстановка ***A*** *в* $\boldsymbol{\alpha}$

$\underline{\Rightarrow (\forall\alpha - \mathbf{0}) - \mathbf{0}}$ $\Rightarrow$ *либо* $\underline{(\neg\forall\alpha - \mathbf{0})}$ *либо* $\underline{(\forall\alpha - \mathbf{1})}$

подст. $(\forall\alpha - \mathbf{0})$ *в* ***A***

1. $(\neg\forall\alpha - \mathbf{0}) \Leftrightarrow (\exists\alpha - \mathbf{1}) \Rightarrow ((\exists\alpha - \mathbf{0})\ \&\ (\exists\alpha - \mathbf{1}))$

2. $(\forall\alpha - \mathbf{1})$ *противоречие* $(\exists\alpha - \mathbf{0})$

Вывод: ***A – 0***

Парадокс надо полагать истинным, т.к. главные предметы в нем не критяне, а то о чем идет речь - абстрактные суждения.

При анализе парадокса очевидно, что приведенные выводы формальнологические, но и содержание предложения является полноценным фактором логических рассуждений. В парадоксе Лжеца ложь также является значением, но в других парадоксах, например, в парадоксе Греллинга понятия «автологический» и «гетерологический» несут смысловую нагрузку согласно определению, т.е. используются в умозаключении содержательно, это вынужденно делает логику не только формальной, но и содержательной.

Если имеются фактические доказательства, что высказывания критян ложны, в том числе это касается самого Эпименида, получается, что он сказал правду. А это второй фактор, расширяющий формальный подход, оценка истинности - ложности на фактической основе и с учетом обоснования суждения. Собственно это общепринятый или основной критерий истины: соответствие понятия объекту рассмотрения. Если обобщенно определить понятие как синтез логической формы и ее содержания, то форма и содержание должны адекватно соответствовать объекту. Поскольку здесь объектом рассмотрения является сама логическая форма, то речь идет о соответствии формы содержанию. Например, в парадоксе «Лжеца», формально значения формы и содержания совпадают, значит суждение объективно истинно. (Рассуждение уже в рамках расширенной логики) Объективная истинность выражения "Данное высказывание - ложно" есть его логическое доказательство. Если высказывание ложно, то его значение ничтожно. Множество определенное ложным предикатом - пустое, собственно не существующее. Парадокс "Лжеца" можно признать софизмом, (как выше отмечено, некоторые считают: *... вообще не является логическим утверждением или бессмысленным).*

Но объективное обоснование высказывания даже утверждающего о лжи полностью меняет дело, предложение приобретает определенный смысл. Подобное понятие совместно с положительным составляет сложный предикат, образующий универсальное множество. Формула: $\boldsymbol{A} \cup \bar{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{U}$ только примерно обозначает его. (Это касается любого множества, т.к. множество есть не просто объединение индивидуальных элементов, но и связанных общим элементом - пересечением всех элементов, определяемым характеристическим свойством,) Полученные суждения более жестко связаны между собой чем простая дизъюнкция, т.к. являются фактически одним и тем же предложением, только излагаемым в разных аспектах. Т.е. это конъюнкция, в терминах теории множеств - пересечение, но пересечение множеств поляризованных в разные направления, т.к. понятия в другом плане все-таки остаются противоположными. (формальная логика не учитывает ориентацию объектов) Сводя к логике высказываний в формуле $\boldsymbol{1^o}$: $(\mathbf{A} - \mathbf{0})_{суб} \Leftrightarrow (\mathbf{A} - \mathbf{1})_{об}$, можно формально принять "объективное" за истинность, а "субъективное" есть ложь (частные значения истины – лжи). В общепринятом понимании истины не только как соответствие правилам логики, но и адекватности понятия объекту рассмотрения - объективности. Субъективное может быть, как истинным, так и ложным, в целом формально - ложно или понимается как отрицание объективного $\boldsymbol{A_{суб}} = \bar{\boldsymbol{A}}_{\boldsymbol{об}}$.

Если правила логики соблюдены, после подстановки: ***(А – 0)-0*** $\Leftrightarrow$ ***(А – 1)-1*** в итоге имеем упрощенную тавтологию: ***(А – 1)*** $\Leftrightarrow$ ***(А – 1)***.[13]

Подобная логическая схема не является чем либо новым, для математики это простейшее уравнение. Пример из арифметики, формула: ***а = -а*** не верна - противоречие, но если есть основания для ввода еще одного локального параметра: ***а * 1 = - а * -1*** $\Leftrightarrow$ ***а = а,*** получим правильное равенство. Считается, что в алгебре высказываний в отличии от математики нет коэффициентов, но как в обычной алгебре вполне могут быть другие исходные данные для рассматриваемого объекта, которые будут взаимно противоположными по значению и, если имеются подобные связанные существенные факторы конкретной логической ситуации, то они должны учитываться и использоваться в умозаключении, компенсируя значения первых суждений или понятий до получения равных по значению логических форм, например:

а * х = в * у, где: ***а, в*** – различные целые числа, при ***х = 1/а*** и ***у = 1/в,*** имеем равенство: ***1 = 1***

Более детальный анализ и выявленная взаимосвязь с дополнительными факторами фактической логической ситуации объясняют, почему противоположности в итоге эквивалентны друг другу. Для сравнения упрощенные формулировки высказываний:

> в любой антиномии доказывается, что **А** влечёт отрицание **А** и отрицание **А** влечёт **А** однако из **(А $\Rightarrow$ ¬А) & (¬А $\Rightarrow$ А)** (т.е. **А $\Leftrightarrow$¬А**) даже в интуиционистской логике следует противоречие[14]

без указания условий использования и обоснований ни о чем не говорят и только искажают смысл парадокса.

Причем дело не только в формальной разнице составляющих суждений парадокса. Когда противоположные суждения (или даже просто различные) об одном и том же предмете взяты раздельно в одно и то же время, в одном и том же отношении и оба претендуют на истинность, это логическое противоречие. В реальной ситуации, когда речь идет об определенных действиях - они блокируют или взаимоисключают друг друга, абстрактно это ложь или пустое множество. Т.е. и расширенное толкование формальной логики ни каких противоречий не допускает.

Если противоположные суждения связаны и взаимообуславливают друг друга, из одного следует второе и наоборот и характеризуют один и тот же предмет как левая и правая стороны данного предмета, но в разных аспектах, дополняя друг друга, то оба могут быть истинными в указанных аспектах. Это естественная ситуация, исходящая из свойств самого объекта и окружающей среды или диалектическое единство противоположностей и они должны использоваться совместно. Учитывая строгую взаимозависимость сами по себе суждения имеют виртуальный характер, раздельное существование невозможно или его тоже можно рассматривать только условно как ограниченное знание об одной из сторон вещи.

Нечто аналогичное интуитивно предполагал П.А.Флоренский и пытался высказать:

> Затем, предлагаемый процесс позволяет дать следующее символическое определение антиномии: **P = (p ∩ ¬ p)** ∩ V (X), для понимания которого необходимо помнить, что V – знак истины, Veritatis, а **«∩»** - оператор логического умножения, т. е., символ совместности терминов, между которыми он поставлен. Переводя формулу (X) на обычный язык, скажем: «Антиномия есть такое предложение, которое, будучи истинным, содержит в себе совместно тезис и антитезис, так что недоступно никакому возражению». Прибавка же символа V, подымая антиномию **над** плоскостью рассудка, и есть то, что отличает антиномию P от лжи Λ (перевернутое V, или ¬ V), лежащей в плоскости рассудочной и определяемой формулою: **Λ = p ∩ ¬ p** (XI).[15]

---

[13] Логическая эквивалентность понятий, надо полагать, не абсолютная, т.к. все-таки имеется формальная разница между истиной и объективностью, ложью и субъективностью.

[14] ***wiki.bio***›*wikipedia/Парадокс_Рассела*

[15] П.А.Флоренский. Столп и утверждение истины / под ред. В.В.Степина, М., 1990, TI. С.152

Вплоть до мнения: *«Истина есть антиномия»*[16]

Выражение конечно требует разъяснения, но очевидно, что правильно сформулированный парадокс не логическое противоречие, а обусловленное соответствующим контекстом истинное высказывание, оно соответствует действительности и не нарушает правил логики. Парадокс «Лжеца» самый простой пример, если из предложения следует и ложь и истина, это и есть формально ложь, что соответствует субъективному утверждению суждения. (Ложь также субъективная, т.к. первоначальное ложное утверждение входит в данную конъюнкцию) Но другая обобщенная оценка осуществляется «внешним наблюдателем», который располагается в пространстве вне объекта, что будет объективной истиной как соответствие содержания суждений объекту рассмотрения, в парадоксе таким объектом является само суждение, т.е. значение логической формы идентично содержанию. Это можно назвать логикой второго порядка или расширенной логикой с дифференцированной оценкой истинности - ложности. Или металогика в терминах системы предметных языков и метаязыка. Но данная система должна дополняться диалектическим принципом единства противоположностей. Иначе рассуждения в погоне за абсолютной истиной уходят в бесконечность по иерархии языков и метаязыков: «если утверждение – истина, то это противоречие содержанию, если это противоречие, т.е. ложь, то истина и т.д.» И в этом рассуждении истина и ложь разные – объективные и субъективные, общие и частные, происходит бесконечный бег по кругу в формуле из четырех параметров.

Представляется, что утверждению указанного принципа мешает искаженная общепринятая точка зрения на единство противоположностей:

> Наиболее трудным для анализа является отношение тождества противоположностей. Самая радикальная его трактовка, получившая название «тезис Гегеля», сводится к утверждению, что две противоположности могут быть одновременно, в одном и том же смысле присущи одному объекту. Тем самым утверждается, что противоположности совмещены, слиты, отождествлены, представляют собой одно и то же. Основным аргументом в защиту этой точки зрения еще в античности были антиномии – конъюнкции противоречащих друг другу утверждений, полученных из бесспорных посылок по общепризнанным правилам вывода, …. [Л14]

Чудес не бывает ни в природе, ни в логике. Теоретически, если ничто не мешает чисто противоположным суждениям (противоположностям в природе) быть в единстве, они взаимно уничтожают друг друга и все, остается абсолютно пустое множество, нуль, в природе - чистый вакуум. Не говоря уже о том, что в природе нет ничего абсолютно чистого, диалектическое противоречие в природе и соответственно материальное движение существуют не только за счет разницы составляющих противоположных элементов объединенными в одну систему, но постольку поскольку есть внешняя среда и различные факторы в виде сопротивления между ними. Примеры слишком многочисленны: закон Ома, перепад уровней жидкости и все остальное. Закончится сопротивление, произойдет аннигиляция, закончится движение, но в природе нет чистого вакуума, значит единство противоположностей не может быть абсолютным, разница есть всегда по определению, т.к. это разные вещи. Выражения: «две противоположности могут быть одновременно, в одном и том же смысле присущи одному объекту», «…представляют собой одно и то же» без необходимого обоснования или соответствующего контекста бессмысленны – зачем две сущности, если это одно и тоже?, противоречат принципу единственности или уникальности объекта, если одна вещь во всех смыслах идентична другой, то это не две, а одна и та же вещь. Самые простые примеры, даже статически или в геометрии противоположные понятия: «левый - правый», «верх – низ» и т.п. имеют очевидные пространственные различия в виде ориентации, хотя вполне слиты и образуют вместе единый объект, но, если их рассматривать абстрактно по отдельности, никак не идентичны друг другу. При анализе парадокса «Лжеца» выявляется, что даже логически нет абстрактного «чистого» пустого множества. Антиномия не чистая конъюнкция, но и дизъюнкция. Как выше отмечалось: любое множество есть не только объединение индивидуальных элементов,

---

[16] П.А.Флоренский. Столп и утверждение истины / под ред. В.В.Степина, М., 1990, TI. С.148

но и пересечение всех их минимум одним характеристическим свойством. Антиномия определяет универсальное множество из двух противоположных элементов, но все необходимые свойства множества имеются, в том числе индивидуальные и общее характеристическое, т.к. это один и тот же объект. Антиномия не является аргументом в пользу «Тезиса Гегеля», который есть просто логическое противоречие, в природе он ничему не соответствует.

С общей точки зрения субъект в силу его ограниченности не может владеть универсальной истиной, например, если в одном и том же предложении должны быть отражены и положительная и отрицательная стороны объекта. Парадоксальная форма изложения истинного положения дел в таком сложном случае оптимальна. Причем, поскольку из сложного предиката или единства частных противоположных образуется универсальное множество и противоположные суждения подтверждают друг друга, парадоксальная форма вывода логически самодостаточна. (Что представляет определенную аналогию реальным предметам в природе, существует то, что самодостаточно, по крайней мере некоторое время)

Из этого очевидно, что при учете всех существенных факторов и выводов никакого порочного круга в парадоксальных рассуждениях нет. Логический круг обратной связи разрывается с восхождением на новую более высокую ступень определения понятий, известное классическое действие закона отрицания отрицания в диалектике. Именно это имелось в виду в разделе «Парадоксы самореференции» стр.3. Наоборот, тем самым становится возможным в известной степени решить проблему определения категорий, которые в силу их всеобщности невозможно подвести под какое – либо более общее понятие, но можно обоснованно связать с противоположной категорией, с указанием их взаимоотношений, выражающих определенный закон. И фактически во многих случаях именно так и поступают. А это значит, что в принципе возможно существование непротиворечивого семантически замкнутого языка, т.е. возможно ограничить бесконечную иерархию языков и метаязыков на ступени необходимой детализации понятий с одной стороны и неограниченное развитие языка с другой.

В общем виде практически подобная логическая схема используется весьма часто в жизни, искусстве, литературе. Как правило, высказывают некоторую мысль, но в контексте подразумевают намного больше, что и так все знают или читатели должны сами просто догаться. Это говорит о глубине и широте излагаемой мысли, заставляющей думать читателя. (Как выразился Никитин А.В. логика наполовину является «домысливанием») И в науке подобный метод постоянно используется тоже. Простой пример аналогичный парадоксу Лжеца (имеется в виду не сам парадокс, а общая логическая ситуация): высказывание $(A \& \neg A)$ есть противоречие, т.е. для выражения мысли субъективно выбрана ложь, но все знают, что объективно это логический закон не противоречия, в обобщенном виде непреложная истина. И обоснованием к данному высказыванию прикладывается обязательный виртуальный контекст, при необходимости его надо прокомментировать. Закон может быть сформулирован и тавтологией $\neg(A \& \neg A)$, это значит, что содержание может выражаться разными формами, даже противоположными, но и обоснование высказываний, их контексты должны быть соответствующими. Простая эквивалентность: $(A \& \neg A) \Leftrightarrow \neg(A \& \neg A)$ есть противоречие, но если ввести поясняющее содержательное обоснование (аналогично формуле **1⁰**), например: $(A \& \neg A)$ - $0 \Leftrightarrow \neg(A \& \neg A)$ - 1, противоречия нет.

Высказывание: «Расширенное толкование формальной логики ни каких противоречий не допускает» касается и различных «диалитических» теорий, когда признаются одновременно равно истинными противоположные суждения с игнорированием закона не противоречия.

Проблема заключается не в том как избежать парадокса, а как совместить его с действующей теорией и соответственно ее расширить.

Кроме того парадокс может играть роль специфической логической схемы или формы, при подстановке в нее другого отрицательного самообратимого предиката получаем новый аналогичный по структуре парадокс, выражающий взаимоотношения другой пары противоположных понятий. Например, возможны такие парадоксы:

Общий парадокс отрицательных понятий.

Предположим имеются утверждения: *"Данное суждение отрицательное" или "Все суждения отрицательны"* Следовательно это суждение тоже отрицательное, но по закону отрицания отрицания суждение - положительное. Парадоксальная ситуация: суждение отрицательное с субъективной стороны и положительное с объективной. В данном парадоксе виднее скрытое противоречие: по негласному и гласному соглашению считается, что суждение положительное, если не обозначено знаком отрицания. Т.е. в исходном предложении заранее положительное суждение приравнено к отрицательному, но "суждение" - общее понятие, которое в частных случаях может иметь значения положительного или отрицательного. Здесь получается нейтральное суждение одновременно состоящее из положительного и отрицательного суждений, но взятых в различных отношениях.

Парадокс иностранных слов.

Чем конкретней понятия, тем очевидней их двойственность и относительность оценки. Если разделить все слова на русские и нерусские (иностранные), можно также поставить вопрос: к какому языку относиться слово "иностранные", обозначающее множество всех иностранных слов. Безо всяких рассуждений очевидно, как факт, что к русскому. Но для всех нерусских языков оно будет иностранным, это тоже факт. Т.е. понятие "иностранный" русское слово с объективной стороны и иностранное с субъективной. Или понятие русское как логическая форма и иностранное по содержанию для нерусских языков и это не семантическая многозначность слова, разные значения порождаются логической ситуацией.

Данный парадокс можно рассматривать как модификацию парадокса Греллинга: русское слово "иностранный" гетерологично, но для иностранных языков оно автологично.

Парадокс бесконечности

Бесконечность есть противоположность конечного, причем отрицательная противоположность, как отрицание конечного. Если применить бесконечность как прилагательное к самому понятию, то будем иметь логический парадокс: "бесконечная бесконечность конечна", в том смысле, что с другой стороны, с объективной, бесконечность единственна, что аналогично понятию единственности множества всех множеств. Т.е., если бесконечность имеет свойство неограниченности, то она включает в себя все существующие конечные и бесконечные объекты и остается одна как таковая. Поскольку бесконечных множеств различных качеств бесконечное число, бесконечность есть абстрактная количественная характеристика данных объектов или обобщенное название бесконечных множеств. Без дополнительных данных (о количественных характеристиках элементов множеств или конструкции множеств) из единственности бесконечности можно сделать вывод, что все конкретные бесконечности количественно равны между собой.

Во-вторых, парадокс может играть роль афоризма и афоризмы излагаются в парадоксальной форме и являются наглядным примером отсутствия абсолютных истин. Парадокс "Лжеца" в формулировке: "*Все высказывания - ложны*" равнозначен известной мудрости: "*Мысль изреченная есть ложь*" Или просто – «нет абсолютных истин», а что есть? Есть градация истин, истины относительно конкретного контекста. Схожие признаки афоризмов: лаконичность высказывания, подразумевание более глубокого смысла и широкого контекста, в том числе противоположного характера, полнота и законченность мысли, обуславливающие ее достаточное обоснование.

Примерами преобразования А(нтиномии), в диалектические выводы являются афоризмы (высказывания) выдающихся мыслителей прошлого.[17]

Нематематическим примером парадоксов теории множеств может служить высказывание «Из всех правил имеются исключения». Само это высказывание является правилом. Следовательно, для него можно найти по крайней мере одно исключение. Но это означает, что существует правило, не имеющее ни одного исключения. Такого рода высказывания содержат ссылку на самих себя и отрицают самих себя.[18]

---

[17] АНТИНОМИЯ — Новейший философский словарь.

[18] Парадоксы математики и попытки их разрешить **andrejzavet.livejournal.com**›4474.html

Утверждение содержит мысль аналогичную "Парадоксу всемогущего": нет абсолютных утверждений, каждое имеет свою область определения. Но парадокс об абстрактных понятиях, должен быть истинным и аналогичен обычным парадоксам. Правило правил есть абстракция второго порядка, т.е. с объективной стороны положительная, его исключение - отсутствие исключений. Только такое правило может подтвердить исходное высказывание, его дополнение известно: "*Исключение из правила подтверждает правило*", что аналогично парадоксу Лжеца в том, что даже ложное суждение может подтвердить только истинное.

Суммируя вышесказанное можно предварительно сформулировать

Определение 2º

Логический парадокс есть заключение из самореферентного общеотрицательного суждения, из которого следуют два связанных противоположных вывода об одном и том же предмете, но в разных аспектах характеризующих его с разных сторон.

3.Парадокс абсолютной истинности.

В литературе парадокс приводится как аналогичный парадоксу «Лжеца», но аналогии нет из – за существенной разницы в понятиях «положительного» и «отрицательного». Данный "парадокс" вообще не может быть отнесен к парадоксам из-за отсутствия парадоксального превращения, утверждение не отрицательное.

> Аналогично обстоит дело и с утверждением «Всякое высказывание истинно». Оно также должно быть отнесено к бессмысленным и также ведет к противоречию: если каждое высказывание истинно, то истинным является и отрицание самого этого высказывания, то есть высказывание, что не всякое высказывание истинно. [Л-2, стр.89], [Л-3]

Но высказывание примечательно как дополнительное к "Парадоксу лжеца", когда принимается значение суждения "истинное". Утверждение вполне может быть действительно тождественно истинным высказыванием для выбранной локальной области определения, в которой самоприменение положительного предиката логически не влечет его отрицания, а только утверждает по правилу поглощения. Для универсального множества, о котором видимо идет речь, это просто очевидно формально ложное предложение. Пока нет формального логического закона утверждающего существование отрицания исходного положительного суждения. В обычном парадоксе положительное обосновывающее высказывание существует следуя из данного по закону отрицания отрицания, который на положительные суждения не распространяется.

Здесь формально из суждения *«Всякое высказывание истинно»* просто следует утверждение: *«Всякое отрицание данного высказывания ложно»* Можно уточнить, как видимо подразумевается в исходном предложении: *«Всякое высказывание утвердительное **и** отрицательное истинно»,* из чего очевидна его заранее заложенная абсурдность, прямое нарушение закона не противоречия. Другой вариант исходного выражения: *«Всякое высказывание утвердительное **или** отрицательное истинно»* по закону исключенного третьего действительно истинен.

4.Парадокс брадобрея.

Если не принимать во внимание возможные аналогии, в данном парадоксе имеют место не абстрактные конструкции, а реальные субъекты и их действия, но правила действий искусственно придуманы.

> Все мужчины в деревне должны бриться.
> Половина мужчин в деревне бреются сами, другая не бреется.
> Заданное условие: деревенский брадобрей должен брить только тех, кто не бреет себя сам.
> Должен ли брадобрей брить сам себя?
> Если он бреет себя, то нарушает условие, если он не бреет себя - то должен брить себя по условию, противоречие.

Очевидный, непосредственный вывод из сказанного: в условиях для брадобрея заранее заложено логическое противоречие (т.е. формально ложь): должен брить себя и не должен, в реальности такой ситуации не может быть.

Или, чтобы не нарушить условие, брадобрей должен быть из другой деревни, посторонний человек, или ходить с бородой, или брадобрей – женщина и т.п, но здесь альтернатив не предусмотрено. (Действует 2-е условие парадокса)

Или можно убрать условие, а поставить теоретическую задачу разделения на множества бреющихся и не бреющихся мужчин деревни с одновременным требованием всем бриться. В классической теории задача не решается: некому брить не бреющихся. Брадобрей может и должен брить и других и себя, это означает, что во множество не умеющих бриться, которые тоже должны бриться, вынужденно входит минимум один из множества умеющих брить.

Вывод тот же: Не существует абсолютно отрицательное множество.

Физически человек не может разорваться и быть одновременно в разных множествах. Понятие как абстрактный элемент может быть в одном множестве и одновременно выполнять функции в противоположном.

И если в условии заложен запрет на вхождение брадобрея во множество не умеющих бриться, то невозможно создать связанного универсального множества с заданным свойствами, т.е. его просто нет.

5.Парадокс Эватла.

У древнегреческого софиста Протагора учился софистике и в том числе судебному красноречию некий Эватл. По заключенному между ними договору Эватл должен был заплатить за обучение 10 тысяч драхм только в том случае, если выиграет свой первый судебный процесс. В случае проигрыша первого судебного дела он вообще не был обязан платить. Однако, закончив обучение, Эватл не стал участвовать в судебных тяжбах. Как следствие, он считал себя свободным от уплаты за учебу. Это длилось довольно долго, терпение Протагора иссякло, и он сам подал на своего ученика в суд. Таким образом, должен был состояться первый судебный процесс Эватла. Протагор привёл следующую аргументацию: «Каким бы ни было решение суда, Эватл должен будет заплатить. Он либо выиграет свой первый процесс, либо проиграет. Если выиграет, то заплатит по договору, если проиграет, заплатит по решению суда». Эватл возражал: «Ни в том, ни в другом случае я не должен платить. Если я выиграю, то я не должен платить по решению суда, если проиграю, то по договору». Протагор, по не вполне надёжным сведениям, посвятил этому случаю несохранившееся сочинение «Тяжба о плате».[19]

Невозможно выполнить вместе договор в его первоначальной форме и решение суда, каким бы последнее ни было. Для доказательства этого достаточно простых средств логики. С помощью этих же средств можно также показать, что договор, несмотря на его вполне невинный внешний вид, внутренне противоречив. Он требует реализации логически невозможного положения: Еватл должен одновременно и уплатить за обучение, и вместе с тем не платить.[20]

Данный парадокс усложнен комбинацией интересов участников. В договоре заложено отрицательное действие для ученика, платить - значит терять деньги. В случае суда ученика с учителем (ситуация самореференции) в договоре возникает скрытое заранее противоречие. Здесь выступают реальные персонажи, которые действуют по придуманным правилам, парадокс мнимый или ложный: сталкиваются закон (например положение: «Труд должен быть оплачен») и договор. Есть два варианта: если суд выиграет учитель, ученик должен платить по суду, но по договору – нет. Если выиграет ученик – по суду он не должен платить, по договору должен. В парадоксе заранее заложено невыполнимое противоречие договора закону. Договор должен составляться в соответствии с законом, допущена логическая ошибка. Если выигрывает учитель, то суд признал ничтожным договор. Если выигрывает ученик, то суд также не признает договор.

Ситуация аналогична дорожному инциденту, когда водители двух авто собрались проехать через одно место в одно и тоже время. Или противоречие идеального – договора с реальным законом как в парадоксе брадобрея.

6. Парадокс всемогущего

Всемогущий может все: он может создать любой камень и поднять камень любого веса.
Но Всемогущий не может создать камень, который сам не может поднять.

---

[19] Источник: 3 удивительных древнегреческих парадокса — Фактрум

[20] Логика Ивин А.А. Издание 2-е Москва издательство «Знание» 1998.стр,205

[20] Ивин А.А. По законам логики.1983г. гл. Парадокс Рассела

Т.е. Всемогущий не всемогущ.

Также ситуация фактических действий (если условно считать Всемогущего существующим). В данном псевдо парадоксе также в исходных суждениях уже заранее заложено логически неразрешимое противоречие: требуется камень поднять и одновременно его же не поднимать. Причем без каких-либо дополнительных условий: в одно и тоже время и в одном и том же отношении - задачи для всемогущего. Или задаются противоречивые свойства одного и того же камня - быть неподъемным и подъемным одновременно. Поднятие камня не обеспечивает его создание и создание камня не обуславливает его поднятие, а наоборот, из создания камня следует невозможность его поднятия и из поднятия камня следует, что необходимый камень не был создан. Ситуация логически прямо противоположна истинному парадоксу и есть формальнологическое противоречие.

Парадокс может быть наглядным примером того, что не существует абсолютных понятий. Если создать неподъемный камень, то этот камень и будет всемогущим, т.е. абсолютным, универсальным понятием и места во множестве для противоположного понятия (и соответственно действия или элемента) не останется, только для пустого множества.

О псевдопарадоксах.

Условие, которому должен удовлетворять «деревенский брадобрей», на самом деле внутренне противоречиво и, следовательно, невыполнимо. Подобного парикмахера не может быть в деревне по той же причине, по какой в ней нет человека, который был бы старше самого себя или который родился бы до своего рождения.

Рассуждение о парикмахере может быть названо псевдо парадоксом. По своему ходу оно строго аналогично парадоксу Рассела и этим интересно. Но оно все-таки не является подлинным парадоксом. [Л-2, Парадокс Рассела][21]

Из заключения ложности псевдопарадоксов не следует, что необходимо вообще их отбрасывать как негодные. Исходя из принципа: «отрицательный результат есть тоже результат» можно сделать необходимые правильные выводы, например, становится очевидной относительность абстрактных понятий. Отказ от абсолютности понятия (как фактора возникновения парадокса) не значит устранение парадокса, просто он становится логически объяснимым, сам по себе логически непротиворечив и соответственно законно занимает свое место в жизни и в логике. Нет отдельного абсолютного понятия, но есть сложное универсальное. Понятие в одних условиях дополняется противоположным в других условиях и в таком виде совместное парадоксальное высказывание соответствует действительности и категорично. Отказ от абсолютности в псевдо парадоксе автоматически его решает. В жизни так и есть: брадобрей всех бреет и себя тоже безо всяких проблем, согласно обычных житейских условий, а не абстрактных, да еще ложных.

Кроме того становится очевидным, что псевдо парадоксы отражают определенную конфликтную ситуацию реальной жизни, но с помощью прямолинейной традиционной формальной логикой без полного учета реальных условий, что оказывается бесполезным занятием, приводящим к простым противоречиям, логика должна быть более адекватна реальности. Существенные факторы реальных ситуаций должны быть учтены и включены в логические рассуждения. Если общепризнаны принцип двойственности и закон отрицания отрицания, то с необходимостью должно следовать признание других взаимосвязанных диалектических законов природы: перехода количество в качество и закона известного под названием «единства и борьбы противоположностей», логику в первую очередь интересует тождество противоположностей. Не углубляясь далеко в диалектику реальной жизни и в логике, например, очевидна ситуация, когда множество всех отрицательных элементов оказывается в целом положительным, это и есть переход по исчерпании всего количества в другое качество, даже противоположное. Также единством противоположностей является связующий в универсальном множестве объект, который с одной стороны отрицателен, другой положителен. Данный элемент и все множество в целом в известной степени делает в свою очередь единством противоположностей. Представляется, что нет и не требуется создание специальной

---

[21] Ивин А.А. По законам логики. — М.: Мол, гвардия, 1983.- 208 с

диалектической логики (есть Диалектика природы). Современная логика и математика уже в достаточно большой степени диалектичны, но эти моменты молчаливо игнорируются, требуется только признание данного факта и конечно определенная работа по выражению законов диалектики средствами формальной логики. Пример – та же теорема Геделя, по сути дела доказанная парадоксальным способом. Безусловно и формальные логические законы действуют и должны соблюдаться при определенных условиях и в своей области определения.

7. Парадокс Рассела. (Википедия)

Неформальное описание парадокса. На неформальном языке парадокс можно описать следующим образом. Будем называть множество «обычным», если оно не содержит себя в качестве элемента. Например, множество всех людей является «обычным», так как само множество — не человек. Примером «необычного» множества является множество всех множеств, так как оно само является множеством, а следовательно, содержит себя в качестве элемента

Тогда множество всех «обычных» множеств называется ***расселовским множеством***. Парадокс возникает при попытке определить, является ли это множество «обычным» или нет, то есть содержит ли оно себя в качестве элемента. Есть две возможности.

С одной стороны, если оно «обычное», то оно должно включать себя в качестве элемента, так как оно по определению состоит из всех «обычных» множеств. Но тогда оно не может быть «обычным», так как «обычные» множества — это те, которые себя не включают.

Остаётся предположить, что это множество «необычное». Тогда оно не может включать себя в качестве элемента, так как оно состоит только из «обычных» множеств. Но если оно не включает себя в качестве элемента, то это «обычное» множество.

В любом случае получается противоречие

....

Формальное описание

Парадокс Рассела формализуется в наивной теории множеств, которая оказывается противоречива. Более того, противоречив фрагмент наивной теории множеств, который можно определить как теорию первого порядка с бинарным отношением принадлежности $\in$, в котором постулируется, что каждое свойство определяет некое множество, состоящее из элементов, удовлетворяющие этому свойству. Это значит, что для каждой логической формулы $P(x)$} с одной свободной переменной в наивной теории множеств есть аксиома $\exists y \forall x(x \in y \Leftrightarrow P(x))$, которая говорит, что существует множество y состоящее из тех x, которые удовлетворяют условию $P(x)$

Тогда, используя парадокс Рассела, можно доказать, что эта теория противоречива. Действительно, в качестве $P(x)$ можно взять формулу $x \notin x$ То есть свойство $P(x)$ говорит, что множество $\{x\}$ не содержит себя (то есть является «обычным» множеством в нашей терминологии). Тогда, по аксиоме, найдётся $\{y\}$ такое, что $\forall x\ (x \in y \Leftrightarrow x \notin x)$ Так как это верно для любого $\{x\}$ то верно и для $\{x = y\}$ То есть $(y \in y \Leftrightarrow y \notin y)$

Противоречие. Таким образом наивная теория множеств противоречива [22]

В парадоксе Рассела нет ошибки: он действительно доказывает противоречивость наивной теории множеств. Чтобы избавиться от противоречия, нужно исправить теорию множеств, так, чтобы она не допускала расселовское множество. Это можно сделать несколькими способами. Наиболее естественным путём является запрещение тем или иным способом множеств, которые могут содержать себя в качестве элемента. Таким образом будет запрещено и множество всех множеств (по крайней мере, совокупность всех множеств не будет сама являться множеством). Однако необходимо иметь в виду, что, с одной стороны, просто одного запрещения множеству иметь себя в качестве элемента недостаточно, чтобы избавиться от противоречия (как показала первая попытка Фреге исправить свою систему). С другой стороны, само по себе разрешение множествам включать себя в качестве элемента не приводит к противоречиям. Например, ничто не мешает создать каталог, который будет включать в себя все каталоги, в том числе описывать самого себя. Многие языки программирования позволяют контейнерам включать себя в качестве элемента. Существуют логические системы, свободные от парадоксов типа расселовских, которые позволяют множествам содержать себя (например, New Foundations У. В. О. Куайна) [23]

Структура парадокса Рассела аналогична парадоксу "Лжеца".

Предварительные общепринятые замечания:

---

[22] Википедия. Статья «Парадокс Рассела» 24.09.19г

[23] Википедия. Статья «Парадокс Рассела» 24.09.19г

Понятия элемента и множества относительны, множества могут быть элементами других множеств и наоборот. Отсюда практикуются обороты типа "множество множеств". Четкие разграничения не указаны. Даже один элемент тоже можно считать множеством состоящим из одного элемента. Исключение - пустое множество, оно не содержит элементов. Т.к. пустое множество образуется ложными предикатами, его можно предварительно игнорировать, но при анализе парадоксальных ситуаций выясняется его исключительная роль и необходимость присутствия в любом множестве.

Абстрактное понятие "**Расселовское** множество" (РМ) всех обычных множеств состоит из следующих понятий:

1.Самообратимое понятие "множество множеств" (или просто "множество", которое тоже может быть элементом или содержать множество). Т.е. первая посылка парадокса есть понятие имеющее скрытый признак: "множество содержащее себя в качестве элемента" - "необычное" множество (пример по тексту ВП)

2.Во-вторых, данное множество задается определением как "обычное" множество с отрицательным свойством "не содержать себя в качестве элемента", что противоречит п.1. Но это обстоятельство напрямую не критично, т.к. "множество" - общее понятие, "обычные" и "необычные" множества - частные.

3.Множество всех обычных множеств (РМ) тоже обычное, его название отражает свойство своих элементов, закон тождества.

4.Следовательно РМ также имеет признак "не содержать себя в качестве элемента" и на этом основании входит в свой объем.

5.Получается фактически оно "содержит себя в качестве элемента", есть "необычное" множество и входит по этому признаку во множество всех "необычных"

6.Вывод: РМ обладает двумя противоположными признаками и одновременно входит в два противоположных множества

7.Формально получается противоречие - парадокс

Ошибка в парадоксе Рассела (и в аналогичных псевдо парадоксах) заключается в первую очередь в смешении несовместимых объектов или создание объекта с несовместимыми свойствами, что равнозначно логическому противоречию, отчего в итоге имеем подмену понятий. Называя вещи своими именами очевидно, что "обычные" это несамообратимые понятия, "необычные" - самообратимые. Самообратимыми могут быть только абстрактные множества, реальные множества или конкретные - только несамообратимыми. (Здесь не затрагиваются «высшие» сферы: интеллекта, сознания, «духа» и т.п, имеется в виду просто противоположности множеств реальных и абстрактных)

Если множество не состоит из одного элемента, то любое реальное или материальное множество не может быть своим элементом (реальное целое не равно и не влезает в свою часть). Да и один реальный элемент вывернуться и войти сам в себя не может, ни каким образом и ни в каком виде. В этом ключевой момент ситуации как факта, а не в том, есть ли для этого подходящая формула или нет и не в нюансах различий терминов "вхождения", "содержания", "включения" и т.д. В некоторых редакциях парадокса Рассела фигурирует (и вполне оправдано) выражение:

«*Множество, содержащее самого себя в качестве подмножества*» [Л-6][24]

Хотя традиционно в теории множеств считается: $x \in x$ - запрещено, $x \subseteq x$ - разрешено. Но, чтобы быть самообратимым не принципиально в каком виде понятие входит в свой собственный объем определения, а формально смысл получается различным.

Реальное множество состоит из конкретных индивидуальных элементов, каждый с большим количеством признаков и поэтому само индивидуально. Множество всех реальных множеств есть наш Мир - универсальное множество, он ни в каком качестве не может быть чьим - то элементом, входить в какие - либо множества. Если представить понятие о реальном

---

[24] Философия математики Б. Рассела. Парадокс Рассела. studfile.net›preview/3166869/page:7/

объекте, то его объем определения только он сам и не более. Для реальных локальных предметов можно вообразить некую полную копию, но все равно между ними будут различия пространственные или временные. Если различий нет, то по определению копии совпадают и являются одним и тем же предметом. Кроме самоочевидности аргументом сказанному является принцип уникальности или единственности реальных объектов, один из основных принципов науки. Практически любой учебник по теории множеств начинается с упоминания данного принципа.

Абстрактное (идеальное, виртуальное) множество состоит из условных единиц, собранных только по одному свойству или отдельным выделенным признакам, при искусственном исключении прочих. Одно из подобных множеств – само «множество всех множеств». Абстрактное или виртуальное позволяет любые мыслимые свойства и комбинации разрешенные соответствующими логичными формулами: раздваиваться на равные объекты и неограниченно размножаться, входить само в себя как элемент или как подмножество, пересекаться с самим собой и многое другое.

Приводимые примеры "необычных" реальных множеств не годятся. Например самообратимый каталог, сам по себе, абстрактно, существовать не может. При полностью равном содержании один общий реальный каталог (предположим - книга) не может быть равен множеству отдельных реальных каталогов - книг, все равно физически это будут разные вещи. Если только опять не иметь ввиду некоторую абстрактную характеристику. Например, реальный куб состоящий из многих разных реальных кубиков не может быть своим элементом, но если выделить только абстрактное свойство "быть кубом", можно этот виртуальный большой куб включить в собственное множество, в ряду других кубиков. Компьютер может это наглядно демонстрировать. Описанные операции тоже абстрактны, но «быть кубом» не является отрицательным свойством, парадокса нет. Если придумать что-то невероятное, типа: "Не быть кубом", то возможно. Можно создать самоприменимые каталоги или некие искусственные языки в чисто информационном смысле, но вопрос об информации - существует она без носителя или нет, пока открыт, традиционный ответ: не существует.

В общем, надо полагать, что дело заключается в необходимости учета всех существенных факторов данной ситуации, в корректной формулировке определений понятий и правил конструирования из них. Игнорирование необходимого признака предмета будет потерей смысла в его понятии, результат – искажение вывода рассуждений вплоть до противоположного. Наш Мир как реальное множество на основании формулы $\boldsymbol{U} \in \boldsymbol{U}$ или по аналогии с привычной тавтологией "***A*** есть ***A***" только <u>условно</u> "входит" сам в себя - множество всех реальных множеств, а <u>реально</u> ни откуда не выходит и никуда не входит. Но если в парадоксе "Лжеца" абстрактная истина в любом случае остается истиной в своем понимании, здесь двусмысленность: от реального Мира (или реального предмета) выделяется один абстрактный признак "не входить в себя" (не самый главный) и он превращается в свое название или абстрактное понятие и в качестве такового входит в некое множество подобных объектов. В этом заключается подмена понятий: реальный объект подменяется параллельным виртуальным, который как бы исполняет его функции.

Аналогично парадоксу "Лжеца" можно выделить в понятии "обычного" множества две стороны или два отдельных понятия: "реальный объект" и "абстрактное название объекта", объективное и субъективное, фактически это разные вещи.

Парадокс следует изложить т.о:

1.Реально РМ не может и не входит в свое множество как элемент и является "обычным" (реальным, по определению - отрицательным) множеством

2.РМ - множество обычное и условно или абстрактно, только по признаку "обычного", входит в себя и на этом основании является в данном виде "необычным" (абстрактным и положительным) множеством.

3.В итоге очевиден псевдопарадокс. Потому что в действительности все остается на своих местах: реальные множества со всеми своими признаками образуют свое общее реальное множество, абстрактные - свое абстрактное множество. Здесь один и тот же предмет имеет противоречивые или несовместимые свойства: выдается как реальный объект и одновременно как абстрактный, это простое логическое противоречие, т.е. ложь или как иногда выражаются - «спутывание» разных вещей, а не парадокс.

В этом аналогия с парадоксом брадобрея. Если следовать его логике, то надо применить придуманные ложные правила (виртуальное) к реальным действиям: по ним необходимо брить себя и одновременно не брить, прямое нарушение закона исключенного третьего. Но ситуация достаточно жизненная, проблему можно решить не путем устранения данного парадокса, а приведением его логической схемы в соответствие с реальностью. Например, ввести еще один практический параметр – время или пространство. Брадобрей не бреет себя в обществе не бреющихся и бреет себя в обществе бреющихся и будет связующим нейтральным элементом универсального множества.

Но, если условно рассматривать изложенную ситуацию в целом, получается опять одно положительное множество входит во множество всех отрицательных (или отрицательное в положительное) и если понятие РМ только условно разделили на два: реальный и абстрактный, и соответствующие им множества, то в этом плане нарушения закона исключенного третьего нет.

Абстрактные множества также могут быть несамообратимыми ("обычными"), если исключить из рассмотрения реальные множества, парадокс Рассела будет истинным. Подобный вариант только для абстрактных множеств описывается, например, парадоксом **Греллинга — Нельсона** и многими другими аналогичными.

> ....понятие гетерологичного прилагательного эквивалентно понятию правильного множества в парадоксе Рассела, а понятие автологичного прилагательного — понятию неправильного множества. (ВП) [25]

Из цитаты сразу можно заметить, что абстракция «гетерологичное прилагательное» никак не эквивалентна реальному предмету.

Все понятия являются абстракциями от реальных объектов, одни более конкретны, другие более абстрактны. Областью определения (объем понятия) конкретных или единичных понятий являются реальные множества и понятия в силу своей иной сущности - абстрактности не могут входить в них. Но от множества конкретных несамообратимых понятий могут быть образованы абстракции 2-го уровня - названия множеств, Отрицательные обобщенные понятия имеют парадоксальные свойства.

О формализации парадокса.

Предложенная формализация парадокса также явно неудовлетворительна, упрощение до полной потери смысла, здесь же находится и ответ на вопрос о связи с реальными множествами, псевдо парадокс может обладать определенным смыслом.

Очевидное противоречие уже сразу заложено в неверной для данной ситуации формуле: $\boldsymbol{x \notin x}$. Содержательно она в общем правильно отражает предложение: "реальное множество не содержит себя в качестве элемента" (в некоторых системах является даже аксиомой), но если нет комментарий или условий, формально это ложное выражение. Не учитывая даже **вывод-1** о невозможности абсолютного отрицательного множества, из определения пустого множества: $\forall\alpha\colon \alpha \notin \varnothing$, где α - любой элемент, следует: если $\alpha = \varnothing$, то $\varnothing \notin \varnothing$ Т.е. признак $\alpha \notin \alpha$ содержит в себе признак пустого множества.

С другой стороны употребляют и выражение: $\boldsymbol{x \in x}$. "Множество всех множеств" есть универсальное множество и одно из его свойств: $\forall\alpha\colon \alpha \in U \Rightarrow (U \in U)$ (Википедия, статья «Универсальное множество»)

Можно признавать или нет существование универсального множества, но любой предмет формально содержит (или включает) сам себя, это та же тавтология как $\boldsymbol{x = x}$. Если $\boldsymbol{x}$ - множество, то пишут: $\boldsymbol{x \subseteq x}$.

---

[25] Википедия «Парадокс Греллинга — Нельсона» 26.09.19г.

Это противоречие показывает, что высказывание о множествах $X \notin X$ не задает коллективизирующее свойство. (ВП)[26]

Аксиому задавать может, а свойство не может? Без дополнительных комментарий высказывание задает пустое множество.

В подобных сложных ситуациях простые формулы типа $x \notin x$ и $x \in x$ условны, могут трактоваться в разных смыслах, необходимы формулы, которые отражают ситуацию более конкретно и полно с условиями применения. Очевидно, что обычное множество не может быть своим элементом: $x \notin x$, это реальный факт. С другой стороны верно $x \in x$ или $x \subseteq x$, согласно принятым формулам и смыслу, что фигурально каждый предмет безусловно находится "сам в себе".

Исходя из вышеизложенного явно необходимо учитывать еще один параметр описания объектов в данной ситуации "реальный (конкретный) - идеальный (условный)" с признаками: несамообратимый - самообратимый. Поэтому в парадоксе должны фигурировать не одна формула с одной переменной, а минимум два противоположных, но связанных суждения аналогично парадоксу Лжеца.

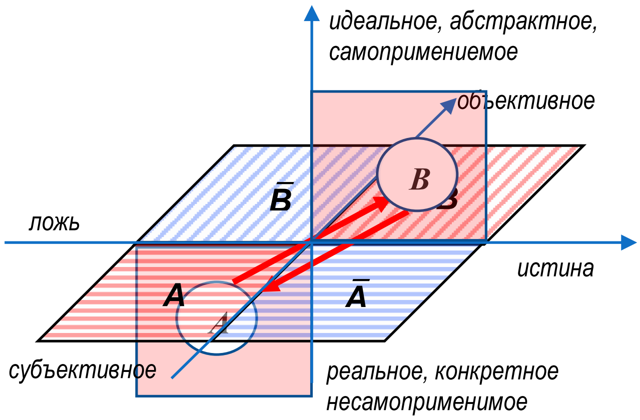
Например, противоречивый формальный вывод парадокса Рассела ***(y ∈ y ⇔ y ∉ y)*** может иметь определенный смысл, если его соответственно правильно прокомментировать: ***(y ∈ y)условно ⇔ (y ∉ y)реально***, где, ***"условно"*** **(самообратимый)** формально считать "∈" признаком положительного множества -"+", а ***"реально"*** **(несамообратимый)** есть "∉" по определению отрицательное множество - "-" .

Согласно смысла общего правила: **(+)*(+) = (+) ⇔ (-)*(-) = (+)** следует:

((y ∈ y)условно) - истина ⇔ ((y ∉ y)реально) - истина - тождественная формула

Исходя из необходимости учета еще одного параметра предлагается следующая схема виртуального логического пространства:

Рис.3



Где: ***(y ∈ y) – истина – «+», (y ∉ y) – ложь – «-«***

В данном мысленном пространстве нет ничего нового, в различных вариациях оно практически существует умозрительно в голове любого человека. Схема логического пространства служит не только для условного изображения в пространстве множеств, но и практически в ней составляются используемые в мыслительной деятельности виртуальные образы и абстрактные объекты как аналоги реальным. В том числе упомянутые идеи: «подняться над плоскостью рассудочных умозаключений…», «условный внешний наблюдатель», становится ясным, куда поднимается иерархия абстрактных понятий, языков и метаязыков, куда уходит спираль обратной связи по закону отрицания отрицания с восхождением на более высокие уровни абстракции и т.п.

8. Парадокс осужденного. *(Ситуация реальности)*

Заданы условия:

---

[26] Википедия

А. Если осужденный скажет правду (+) - его повесят
В. Если осужденный скажет ложь (-) - ему отрубят голову
Осужденный сказал "Мне отрубят голову" (**В**)
Если в действительности выполнить сказанное - **В,** значит он сказал истину, его надо было повесить, но тогда **В** - ложь, следовательно ему надо отрубить голову и т.д.

Парадокс иллюстрирует известное логическое положение о том, что из ложного суждения закономерно следует все, что угодно, как истинное, так и ложное заключение.

Из выбранного **В** - лжи необходимо выполнить одновременно различные действия, что в реальности сделать нельзя, поэтому имеем псевдопарадокс. Но теоретически ситуация аналогична парадоксу "лжеца" в том, что субъективно выбирая отрицательное действие, одновременное получаем объективную оценку его как положительного. В парадоксе простое спутывание субъективного – утверждения самого осужденного и объективного – внешней оценки сказанного.

9. Парадокс Греллинга — Нельсона (Википедия)

Для формулировки парадокса вводится два класса для имён прилагательных естественного языка:

1. Прилагательное называется автологичным (иногда — гомологичным, гомологическим) тогда и только тогда, когда оно описывает себя. Например, прилагательное «русское» само является русским, «многосложное» — многосложным, а «пятисложное» — пятисложным. *(Т.е. понятие входит в свой объем)*

2. Прилагательное называется гетерологичным, если оно не описывает себя. Например, «новое» не является новым, «горячее» — горячим, а «английское» — английским.

Согласно определению этих групп, они представляют собой непересекающиеся множества: каждое прилагательное либо описывает себя, либо нет.

Парадокс возникает в случае, если задать вопрос: к какой из двух групп относится само прилагательное «гетерологичный»? Если оно автологичное, оно обладает обозначаемым им свойством и должно быть гетерологичным. Если же оно гетерологичное, оно не имеет обозначаемого им свойства и должно быть автологичным.

Если же задать вопрос, является ли прилагательное «автологичное» автологичным, то имеет место цепочка рассуждений:

- если «автологичное» автологично, значит, оно описывает себя, значит, действительно автологично;
- если «автологичное» не автологично, то есть не описывает себя, значит, оно неавтологично.

Таким образом, ситуация с прилагательными противоположная: любое предположение об «автологичном» доказывается как истинное, в то время как с описанием «гетерологичного» любое предположение оказывается ложным.

Логическое описание для «автологичного»:

«Автологичное» автологично тогда и только тогда, когда «автологичное» автологично:

А тогда и только тогда, когда **А** — тавтологию

Логическое описание для «гетерологического»:

«Гетерологичное» гетерологично тогда и только тогда, когда «гетерологичное» автологично:

А тогда и только тогда, когда не выполнено **А** — противоречие. (ВП) [27]

Примеры того, что положительное прилагательное "автологичное" (описывает себя) не порождает парадокс, отрицательное "гетерологичное" (не описывает себя) проводит к парадоксу. А также самоприменение содержания понятий к своим собственным логическим формам, т.е. определенное смешение содержательной логики с формальной.

И как факт очевидно, что минимум одно понятие - само "прилагательное гетерологичное" в качестве положительного - "автологичного" входит в объем множества собственного отрицательного понятия.

Если термин "прилагательное" как часть речи считать тоже прилагательным, то оно явно будет автологичным (самоприменимым) понятием. Следовательно в объеме понятия "прилагательное гетерологичное" уже имеется признак автологичного. Т.е. пересечение множеств все-таки имеется, а это основание для объединения.

Речь идет о словах - абстрактных понятиях, отражающих объекты, во-вторых слова тоже могут быть объектами исследования. Парадокс, очевидно, надо отнести к истинным. Естественно предположить, что термин, обозначающий класс "гетерологичных" - гетерологичное, должен быть гетерологичным, закон тождества. С другой стороны, согласно определению **1**, если гетерологичное гетерологично, входит в собственный объем, то оно автоло-

[27] Википедия «Парадокс Греллинга — Нельсона» 26.09.19г.

гично, что соответствует и закону отрицания отрицания. Т.е. общее понятие "гетерологичное" формально тоже условно делится на два частные понятия. Получается понятие, по содержанию "гетерологичное гетерологичное", находится в классе отрицательных, с другой стороны в виде логической формы "гетерологичное автологичное" - в классе положительных или как элемент положительного множества входит в отрицательное.

Имеем условное разделение единого понятия на взаимосвязанные противоположные как в парадоксе "лжеца". Данную конструкцию понятия можно считать типовой и естественной, т.к. по исчерпании всех элементов, обладающими конкретным качеством, в том числе и самого множества, данное множество может входить целиком только в положительное множество универсального и соответственно обладать частным свойством положительного множества. (Универсальное множество охватывает собой все элементы без пропусков и абстрактных «пустот»)

И парадокс аналогичен парадоксу Рассела в том, что понятие "гетерологичное" обобщенная абстракция второго уровня от конкретных гетерологичных прилагательных своего класса и является одновременно одним из элементов класса автологичных - частным прилагательным. В этом уже разница типов понятий. Само общее понятие "гетерологичное" состоит из противоположных понятий по обобщенной формуле: $A \cup \bar{A} = U$ Причем понятия еще более жестко связаны как пересечение поляризованных объектов, одно следует из другого: из "гетерологичное" гетерологично следует "гетерологичное" автологичное (формула ***1º***) и из "гетерологичное" автологично следует "гетерологичное" гетерологично. Или в общем виде схема подобна парадоксу лжеца: одно и тоже понятие с различных точек зрения или в различных отношениях. "Гетерологичное" гетерологично - субъективная или внутренняя характеристика "Гетерологичного". Одновременно "гетерологичное" автологично - объективная или внешняя характеристика понятия "Гетерологичное" со стороны, которой является положительное автологичное множество. Само по себе понятие гетерологичное играет роль пустого множества, (по формуле $A \& \bar{A}$) и в качестве такового связывает оба множества в универсальное, $(\varnothing \subset A)$ $\&$ $(\varnothing \subset \bar{A})$

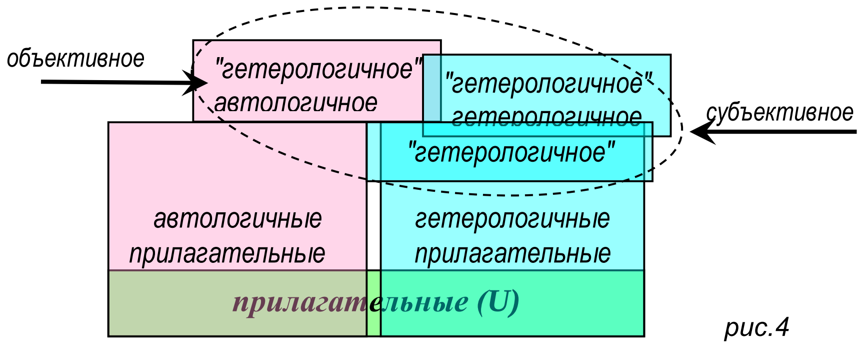


рис.4

10. Парадокс свойств

О каждом свойстве можно, по всей вероятности, спрашивать, приложимо оно к самому себе или нет. Свойство быть горячим, например, неприложимо к самому себе, поскольку само не является горячим; свойство быть конкретным тоже не относится к самому себе, ибо это абстрактное свойство. Но вот свойство быть абстрактным, являясь абстрактным, приложимо к самому себе. Назовем эти неприменимые к самим себе свойства неприложимыми. Применимо ли свойство быть неприложимым к самому себе? Оказывается, что неприложимость является неприложимой только в том случае, если она не является таковой. Это, конечно, парадоксально, Логическая, касающаяся свойств разновидность антиномии Рассела столь же парадоксальна, как и математическая, относящаяся к множествам, ее разновидность. (ВП) [28]

Синонимы понятия "свойство" - признак, определение объекта, парадокс есть аналог парадокса **Греллинга — Нельсона**

[28] Википедия 26.09.19г.

11. Парадокс самоприменения (Аналогичный № 9 и парадоксу Рассела в части абстрактных множеств, обобщенный парадокс)

Понятия или высказывания делятся на самоприменимые и несамоприменимые

Имеем высказывание: "Данное высказывание несамоприменимо" (общее для класса)

В предложении имеется два предиката;

1."Высказывание - данное", указывает на область определения - само высказывание, т.е. само суждение относится к самоприменимым.

2.Или "Высказывание - несамоприменимо", указывает на область несамоприменимых высказываний, следовательно имеет признак несамоприменимого.

3. Если несамоприменимое высказывание действительно несамоприменимо, то оно объективно самоприменимо.

4. В итоге парадокс: несамоприменимое высказывание несамоприменимо в том случае, если оно самоприменимо. Или высказывание несамоприменимо с субъективной стороны и самоприменимо с объективной

Заключение

Общая схема универсального множества

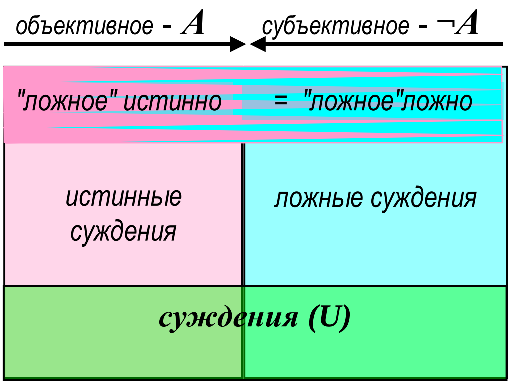


рис.5

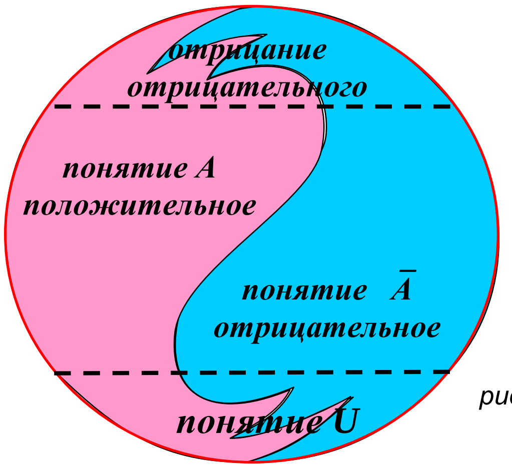


рис.6

Из логики известно: $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (\bar{A} \vee B) \,\&\, (A \vee \bar{B})$,[29]

Обозначим предложения из эквивалентности **(1°)**: $A = (A-0)_{суб}$, $B = (A-1)_{об}$,

подставим в формулу $1°$: $(A-0)_{суб} \Leftrightarrow (A-1)_{об} \Rightarrow \neg((A-0)_{суб}) \vee (A-1)_{об} \,\&\, (A-0)_{суб} \vee \neg((A-1)_{об})$

$\Leftrightarrow (A-0)_{об} \vee (A-1)_{об} \,\&\, (A-0)_{суб} \vee (A-1)_{суб}$, *если:* $(A-1) = A$, *то* $(A-0) = \bar{A}$, следовательно имеем:

$(A_{об} \vee A_{об}) \,\&\, (\bar{A}_{суб} \vee A_{суб})$ - формально тождественно истинная формула (***истина & истина***) **(2°)**

При упрощении содержательно: $\Leftrightarrow (\bar{A} \vee A)_{об} \,\&\, (\bar{A} \vee A)_{суб}$ *или* $(\bar{A} \vee A)_{(об\ \&\ суб)}$

Тождественность суждений равнозначна пересечению универсальных множеств (общая часть $(\bar{A} \vee A)$, или это один и тот же объект, но учитывая ориентацию: левая сторона - объективная, положительная, правая - субъективная, отрицательная

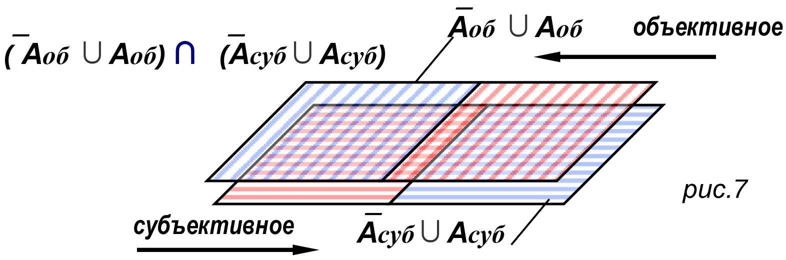


рис.7

Формула для соответствующего множества: $(\bar{A}_{об} \cup A_{об}) \cap (\bar{A}_{суб} \cup A_{суб})$, **(3°)**

где *об и суб,* обозначают противоположную ориентацию.

---

[29] Формальная логика. И.Я.Чупахин, И.Н.Бродский. 1977г. Стр.223 vk.com›wall-132594609_25

Графическая картинка рис.7, естественно, условна, объект фактически не разделяется пополам, не переворачивается и не сливается опять. Один и тот же объект условно разделен чтобы показать, что объект имеет две различные ориентированные стороны: левая – правая, субъективное – объективное, поэтому содержательно можно использовать для представления как итоговую условную формулу ***($\bar{A}$ v A)*** *(об & суб)*. (Аналогичную формуле П.Флоренского)

Приведенные примеры парадоксов имеют максимально общий характер. Парадокс "Лжеца" можно распространить вообще на множество всех суждений. Это обобщенное универсальное множество элементов с признаком "ложное", т.е. не существующих реально. По определению множество всех ложных суждений есть пустое множество. Но пустое множество с объективной стороны есть положительное множество и на этом основании входит в универсальное множество, оставаясь субъективно отрицательным и дополнением универсального множества*:* $\bar{U} = \varnothing$ Т.е. понятие пустого множества имеет не одно значение и зависит от ситуации его употребления. Кроме вышеизложенного это видно также и из обычных формул теории множеств: пустое множество формально есть пересечение $\varnothing = A \cap \bar{A}$**,** след. $\varnothing \subset A$ и $\varnothing \subset \bar{A}$ играет роль грани множеств, которая и соединяет и разделяет их. Но формально справедливо и обратное: $\varnothing = A \cap \bar{A} \Rightarrow A \subset \varnothing$ и $\bar{A} \subset \varnothing$**,** что имеет не традиционный смысл отсутствия общих элементов, а аналогично определению нуля: $0 = A - A$**:** два противоположных элемента в пересечении $(A \cap \bar{A})$ взаимно уничтожаются, остается пустое множество, а множества A и $\bar{A}$ входящие в $\varnothing$ становятся виртуальными, отсюда утверждение: «пустое множество не содержит элементов»

Официальные доказательства вхождения пустого множества в любое множество довольно невразумительны, например:

"Для каждого x верна импликация $x \in \varnothing \Rightarrow x \in A$, так как импликация с ложной посылкой истинна. Следовательно $\varnothing \subset A$" [30]

Подобным «доказательством» можно доказать все, что угодно. Есть и другие доказательства, но и они не лучше. Наиболее распространенные:

Пустое множество есть подмножество любого множества. Чтобы установить это, надо доказать, что если *A* есть произвольное множество, то каждый элемент множества ϕ есть элемент множества *A*. Поскольку ϕ не имеет элементов, это условие выполняется автоматически. Хотя такое рассуждение правильно, в нем есть нечто неудовлетворительное. Имеется и другое, косвенное доказательство, которое может оказаться более удобным. Допустим, что $\phi \subseteq A$ ложно. Это может быть лишь в том случае, если существует некоторый элемент множества ϕ, не являющийся элементом множества *A*. Но это невозможно, так как ϕ не имеет элементов. Значит, $\phi \subseteq A$ не является ложным, т. е. $\phi \subseteq A$.[31]

Первый случай плох тем, что нет ни логической, ни реальной связи факта отсутствия элементов в пустом множестве с присутствием самого множества в другом множестве, что значит выражение «выполнение автоматически» непонятно. Есть интуитивное понимание, что если включить или прибавить «ничто» к существующему объекту, то получим тот же самый объект, т.е. можно просто назначить формулу $A \cup \varnothing = A$ или $\varnothing \subset A$ аксиоматически. Для простой логики высказываний это пойдет, но для более углубленных рассуждений выясняется, что пустое множество не совсем абсолютное «ничто».

Второй вариант доказательства от противного базируется на законе исключенного третьего, но пустое множество как раз не подчиняется ему, отчего входит и в положительное множество и в отрицательное одновременно, т.е. обладает как утвердительным свойством, так и отрицанием его, формально представляется противоречием, стандартная формулировка определения пустого множества.

Формула **3°** раскрывает и объясняет структуру парадоксального элемента. Пустое (нейтральное) множество также является универсальным, но образующие его виртуальные подмножества существуют только совместно во взаимосвязи. Дополнение в универсальном

---

[30] Алгебра и теория чисел **scask.ru**›q_book_algebra.php?id=21

[31] Множества. Логика. Аксиоматические теории, Роберт Р. Столл: «Просвещение», М. 1968 г.стр.21

множестве в обобщённом виде есть отрицательное множество, сами элементы множества сформированного данным свойством не пересекаются с положительным множеством. Но абстрактное название отрицательного множества будет самообратимым и объективно положительным элементом, т.е. является также нейтральным элементом и связью в универсальном множестве с положительной частью, формула **3º**. А прочие универсальные множества есть частные случаи объединения положительного и отрицательного.

Исходя из вышеизложенного, предлагаемые выводы достаточно обоснованы:

Вывод-1: Не существует отдельное абсолютно отрицательное множество, минимум один элемент в нем должен быть положительным.

(Или: изолированное множество есть универсальное $(A \cup \bar{A} = U)$ Как вторичное, отрицательное множество вынужденно делится на отрицательное и положительное)

Вывод-2: Отрицательное самоприменимое понятие входит в собственное множество (сформированное данным предикатом) в качестве положительного понятия. По формуле $\neg(\neg A) = A$.

> Попытка найти какой-то специфический принцип логики, нарушение которого было бы отличительной особенностью всех логических парадоксов, ни к чему определенному не привела. [Л-2 стр.100]-[32]

Возможно никакого дополнительного принципа нет и не надо. Структура универсального абстрактного множества предусматривает существование парадоксальных абстрактных понятий, так как природа такова, что любое отдельное законченное множество есть универсальное и содержит в себе различные и соответственно противоположные элементы. И должны быть соединительные элементы или локальные подмножества также состоящие из противоположных виртуальных элементов. Для абстрактных множеств это пустое множество (формула **3º**). Для числовых множеств - ноль: $0 = (+a) + (-a)$ В природе это вакуум («Море Дирака», «кипящий» вакуум).

Причем особенность структуры универсального множества и данного соединительного элемента такова, что при мысленном удалении любой крайней части множества, оставшаяся часть приобретает функции противоположности автоматически, и так до последних двух элементов. Т.е. соединительные нейтральные элементы имеются между всеми элементами множества и составляют общую структуру множества.

Невозможность существования отдельных отрицательных множеств есть одно из общих свойств универсального множества. Но и любое положительное множество содержит пустое множество, которое можно считать противоположным отрицательным элементом по отношению к прочему множеству, т.к. множество "содержит" элементы, пустое множество "не содержит" Формально вопрос решается просто, во многих случаях пустое множество считается не существующим по формуле $A \cup \varnothing = A$. С отрицательным множеством такого делать нельзя, т.к. дополнительный к отрицательному положительный элемент существует, при его отсутствии не существует отрицательное множество. В формуле $A \cup \varnothing = A$ символ $\varnothing$ обозначает чистое «ничто». Тогда для чего пустое множество, какой в нем смысл, если его можно вообще удалить? Как же, по обще признанному утверждению:

> 1. Если — как это и предполагается в нашей системе — члены любого множества также суть множества (в том числе пустое множество), а не индивиды, то само собой разумеется, что единственным первичным конституентом…любого множества оказывается пустое множество.
> *Френкель А. А., Бар-Хиллел И.* Основания теории множеств. — М.: Мир, 1966. — С. 117.[33]

из «ничто» строится здание «всего»: всех множеств, чисел и т.д, ? Из «ничто» может получиться только тоже «ничто», сколько не прибавляй его друг к другу. Почему, если $\varnothing$ – пустое множество, то на каком основании $\{\varnothing\}$ - уже единичное множество, скобки чисто технический знак и не являются элементом множества? В литературе многие свойства пу-

[32] Ивин А.А. По законам логики. 1983г

[33] Пустое множество — Википедия ru.wikipedia.org›Пустое множество (20.03.22г)

стого множества приводятся в основном декларативно, без объяснений. Еще больше подобных вопросов поднимается в [Л-8] Единственное, что только может обосновать сложившеюся ситуацию – признание парадокса как истинного утверждения. Пустое множество есть множество всех элементов определенных ложными высказываниями, но само пустое множество в целом соответствует объективно истинному понятию. И на этом основании имеет свои свойства и выполняет свои функции.

Безусловно предлагаемые методы решения логических парадоксов и выводы затрагивают основы логики и теории множеств. Расширяются возможности формальной логики. Снимется ненормальная ситуация с «наивной теорией множеств» и многие другие проблемы. Но это темы для более обширной работы.

Единственно возможно отметить, что разделение значений логических форм на частные не обязательно означает введение четырехзначной логики. (Хотя предлагаемая схема логического ориентированного пространства позволяет таким образом интерпретировать вплоть до дробных градаций значений) На каждом уровне абстракции логических понятий формально остается четкая двузначная логика, при переходе на другой уровень, обобщения или конкретизации значение логической формы имеет те же самые значения или "истинности" или "ложности". Обобщенная форма по отношению к частным значениям является нейтральной. Но отношение «нейтральное» не означает специального третьего значения логики, просто в данной ситуации понятия не влияют друг на друга. Фактически тоже самое имеет место и в традиционной логике и математике: разделение универсальных множеств на противоположные и существование нейтральных понятий, только это зачастую не учитывается и не принимается во внимание, не выявляется связь противоположностей между собой. Любое понятие можно сформулировать по стандартной схеме простого предикатного суждения и оценить в отношении истинности – ложности, положительного – отрицательного, но основная масса понятий нейтральна, т.к. в первую очередь своей основе логические формы едины.

Литература

1. Парадокс Рассела - Википедия (ВП) 04.2019г https://ru.wikipedia.org/wiki/
2. Ивин А.А. По законам логики. — М.: Мол, гвардия, 1983.- 208 с.
3. Логические парадоксы **zinref.ru**›000_uchebniki/02800_logika/011_lekcii…
4. Парадокс Карри. Циклопедия **cyclowiki.org**›wiki/Парадокс_Карри
5. Алгебра и теория чисел **scask.ru**›q_book_algebra.php?id=21
6. Философия математики Б.Рассела. Парадокс Рассела. studfile.net›**preview/3166869/page:7/**
7. Философские принципы интуиционизма Брауэра studfile.net›**preview/3166869/page:7/**
8. О пустом множестве **cmex-x2007.narod.ru**›PUSTOE.htm
9. Зенкин А.А. Коварство амбиционной самодостаточности**.** Альманах МОИ. Вып.108 2016г
10. Решение логических парадоксов в семантически замкнутом языке. Ладов В.А.2017г
11. В.А. Суровцев О ПРОСТОЙ ТЕОРИИ ТИПОВ Б.РАССЕЛА (предисловие к публикации)
12. Парадокс логический | Наука | Fandom **science.fandom.com**›ru/wiki/Парадокс_логический
Пролегомены к формализованной содержательной логике Сергей Чижов
13. Уроки «Лжеца» В.А.Ладов **doc.knigi-x.ru**›…va-ladov…state…osnovaniya…glavnoy…
14. Единство и борьба противоположностей. Г.Д.Левин. https://iphlib.ru/library/collection/newphilenc/document/HASH01d3fc0b038f39fc4c82c7d3
15. Зенкин А.А. Новый подход к анализу проблемы парадоксов http://www.ccas.ru/alexzen/papers/vf2/vf2-rus.html
16. Формальная логика. И.Я.Чупахин, И.Н.Бродский. 1977г. **vk.com**›wall-132594609_25
17. Множества. Логика. Аксиоматические теории, Роберт Р. Столл: «Просвещение», М. 1968 г.

Коротких В.Ф.
10.04.22г