Семенюта Н.Ф.

ДЕНЬ ФИБОНАЧЧИ – ПРАЗДНИК ГАРМОНИИ И КРАСОТЫ

Статья написана ко Дню Фибоначчи (Леонардо Пизанского) –
«блестящему метеору, промелькнувшему на темном фоне
западноевропейского средневековья».
Марио Ливио [1, 2]

23 ноября – День Фибоначчи, ежегодный праздник, удостоенный одному из самых влиятельных математиков средневековья – Леонардо Фибоначчи, известного также как Леонардо Пизанского из итальянского города Пизы. 23 ноября выбран потому что, когда дата праздника, записанная в формате месяц/день (11/23), цифры образуют начальные числа рекуррентной последовательности Фибоначчи: 1,1,2,3, … .

Леонардо Фибоначчи (1170–1250) – выдающийся математик средневековой Европы. внес огромный вклад в развитие теории чисел и алгебры, оказал решающее влияние на таких великих математиков как Франсу Виет (1540–1603), Пьер Ферма (1601–1665) и др. Его труд «Liber abacci» (1202) заложил основы развития математики как в средневековой Европе, так и в последующий годы в всем мире. Теории чисел и конкретному ее направлению – золотому сечению (золотой пропорции) и гармоническим последовательностям чисел – посвящены многие исследования современных ученых в искусстве, науке и технике. Здесь отметим, что в следующем 2022 году все человечество будет отмечать 820 годовщину издания «Liber abacci» («Книга абака»).

Основная цель настоящего исследования – отражение гармонических пропорций (золотого сечения) и рекуррентных последовательностей чисел в филателии. Филателия – область коллекционирования и изучения знаков почтовой оплаты – почтовых марок. Почтовые марки – кладезь знаний по истории общества, науки и техники, в том числе и числам Фибоначчи и связанных с ними золотому сечению, которые сегодня стали неотъемлемыми и важными элементами современного искусства, науки и техники, а в последние годы и таких областей знаний как биотехнологии и нанотехнологии.

Исходные данные

Простейшей и наиболее распространенной и значимой последовательностью гармонических чисел является числовая последовательность Фибоначчи, которая была получена Леонардо Фибоначчи при исследовании популяции кроликов и в основе которой лежит рекуррентное соотношение с двумя начальными числами:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}.$$

В последовательность Фибоначчи числа $F_1 = 1$ и $F_2 = 1$ и последовательность принимает вид:

$$\begin{matrix} F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 & F_6 & F_7 & F_8 & \ldots, \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 5 & 8 & 13 & 21 & \ldots \end{matrix}$$

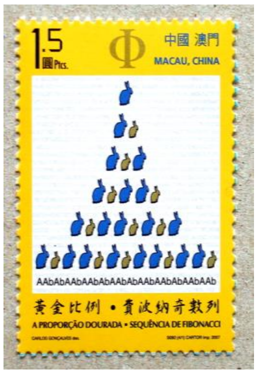
Для отношений рядом расположенных чисел F_{n+1}/F_n характерным являются колебания их значений около величины Φ = 1,618. В пределе ($n \to \infty$) отношение двух соседних чисел Фибоначчи F_{n+1}/F_n стремится к числу Φ = 1,618 – золотому сечению. Обратное отношение F_n/F_{n+1} в пределе ($n \to \infty$) стремится к 1/Φ = 0,618 [3 – 5].

Профессор Н. Я. Виленкин отмечал, что «со времен греческих математиков было известно две последовательности, каждый член которых получался по определенному правилу из предыдущих – арифметическая и геометрическая прогрессии. В задаче Леонардо появилась новая последовательность, члены которой были связаны друг с другом соотношением: $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$. Это была первая в истории науки формула, в которой следующий член выражался через два предыдущих. Подобные формулы получили название рекуррентных (от латинского слова *recurrere* – возвращаться). Метод рекуррентных формул оказался впоследствии одним из самых мощных для решения комбинаторных задач» [6].

Леонардо Фибоначчи, путешествуя по странам Востока получил много нового в теории чисел, которые потом отразил в своих трудах, а также присоединил к ним собственные достижения. Из трудов арабских математиков, которые были использованы Фибоначчи в первую очередь здесь отметим работы Мухаммед аль-Хорезми (ок. 783-ок. 850) по решению квадратных уравнений, работы Абу Рейхан Бируни (973-1048) из Хорезма, Омара Хайями (1048–1131) и др.

Основной труд Леонардо Фибоначчи – «Liber abacci» (1202). Труд состоял из 459 страниц на латинском языке и являлся фактически энциклопедией математических знаний того времени. В книге было сконцентрировано большое количество сведений и задач, почерпнутых им из трудов арабских, индийских и античных математиков, а также полученных им самим. Книга сыграла заметную роль в развитии математики в Европе в течение XV–XVI вв. В частности, именно в этой книге европейцы познакомились с индусскими («арабскими») цифрами, впервые в истории математики, рекуррентная последовательность чисел.

По словам советского историка математики А. П. Юшкевича, Фибоначчи «арифметику и алгебру линейных и квадратных уравнений изложил с непревзойденной ни ранее, ни долгое время спустя полнотой и глубиной» [7]. Некоторые задачи или их аналоги из «Liber abacci» и можно обнаружить в трудах итальянского математика Луки Пачоли (1445-1517) «Сумма арифметики» (1494), французского математика Баше де Мизириака (1581–1638) «Приятные и занимательные задачи» (1612), русского математика Леонтия Магницкого (1669-1739) «Арифметика» (1703), и даже Леонарда Эйлера (1707-1783) в «Алгебра» (1768).



Одной из задач «Liber abacci» была задача о размножении кроликов, которая сыграла и продолжает играть исключительную роль в теории чисел и математической теории гармонии. Суть задачи состоит в следующем: сколько пар кроликов родится в год от одной пары, если каждая пара приносит ежемесячно по одной паре, способной в свою очередь через месяц к размножению». Решение дается в виде суммы последовательностей чисел, названной последовательностью чисел Фибоначчи.

В природе много примеров, отражающих закономерности последовательности Фибоначчи в строениях организмов, их эволюции, функционирования. Размножение и рост по Фибоначчи» широко распространены в природе. Известный венгерский математик Альфред Реньи (1921–1970) в своем сборнике «Трилогия о математике» ввел отдельный раздел под названием «Вариации на тему Фибоначчи», где с восхищением писал: «… простая математическая задача (например, задача

Леонардо Фибоначчи о размножении кроликов) при всестороннем рассмотрении позволяет заглянуть в широкий круг актуальных проблем современной математики» [8].

Для отношений рядом расположенных чисел Фибоначчи F_{n+1}/F_n характерным являются колебания их значений около величины Ф = 1,618. В пределе ($n \to \infty$) это отношение двух соседних чисел Фибоначчи F_{n+1}/F_n стремится к числу Ф = 1,618 – золотому сечению. Обратное отношение F_n/F_{n+1} в пределе ($n \to \infty$) стремится к 1/Ф = 0,618.

Золотое сечение – число Ф (Фи)

Одним из удивительных свойств последовательности чисел Фибоначчи является то, что отношения чисел последовательности равно иррациональному числу, которое получило название золотое сечение Ф = 1,618, названного греческой буквой Ф в честь великого древнегреческого скульптора Фидия, широко использовавшего это число в своих работах. Оно также известно под другими именами, такими как; «Золотое число», «Золотая пропорция», «Божественное сечение» и др. Золотое сечение (Divine proportion) – универсальный ключ к гармонии в природе, искусстве, науке и технике. Феномен золотого сечения в природе, искусстве, науке и технике являются источником удивления и восхищения на протяжении многих веков.

Задача о золотом сечении отрезка известная из античных времен как задача «о делении отрезка в крайнем и среднем отношении», пришла к нам из трактатов «Начала» древнегреческого математика Евклида (ок. 325–265 гг. до н.э.). Трактат Евклида «Начала», состоящий из был ядром античной математики, которая повлекла за собой много теоретических и прикладных исследований, как современниками Евклида, так и будущими поколениями. Там же «золотое» сечение было использовано Евклидом для геометрических построений «золотых» равнобедренного треугольника, прямоугольника, пентагона, пентаграммы и додекаэдра. Мальдивская республика посвятила Евклиду специальную марку, а Макау – марку греческого знака золотого сечения Ф и его значение Ф = (1 + 5)/2.

Важно отметить, что это отношение в эпоху Возрождения стала именоваться «Божественной пропорцией», а уже в XIX веке «золотым сечением». Знаменитый немецкий астроном Иоганн Кеплер (1571–1630) свое восхищение золотым сечением выразил следующими словами: «В геометрии существуют два сокровища: теорема Пифагора и деление отрезка в крайнем и среднем отношении: первое можно сравнить с ценностью золота, второе можно назвать драгоценным камнем». Здесь не могу не привести также высказывание о «Началах» выдающегося британского ученого, философа и математика, общественного и политического деятеля, лауреата Нобелевской премии по литературе Бертрана Рассела (1872–1970), сыгравшего большую роль в формировании европейской цивилизации. В своей «Автобиографии» он пишет: «В возрасте одиннадцати лет начал изучать Евклида… Это было одно из самых великих событий в моей жизни. Такое же ослепительное, как первая любовь. Я не представлял, что в мире существовало нечто столь восхитительное» [9].

Золотое сечение в «Началах» было использовано Евклидом также для геометрического построения пентаграммы. Пентаграмма – правильный пятиугольник на каждой стороне которого построены равнобедренные треугольники равные по высоте. Пентаграмма» вызывала особое восхищение у пифагорейцев и считалась их главным опознавательным знаком, символом жизни и здоровья. В пентаграмме можно найти много отношений «золотой пропорции». Она своего рода рекордсмен по золотой пропорции. Пентаграмма широко отражена на марках государственных символов многих стран мира. в том числе на марках СССР, Марокко, Гавайи и др.

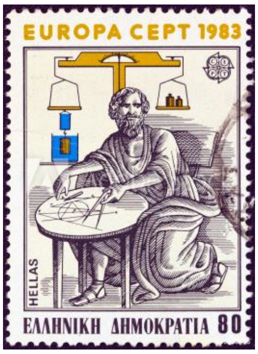
В «Началах» также показана логарифмическая спираль – спираль Фибоначчи. Такую спираль можно часто встретить в природе: самыми яркими примерами являются раковины моллюсков.

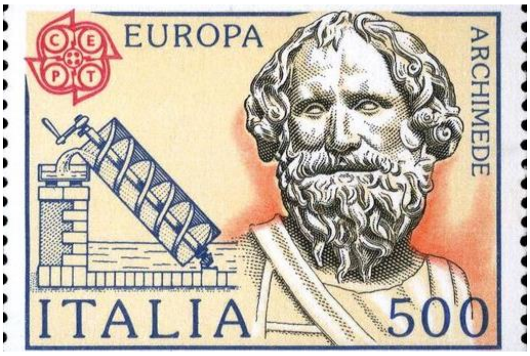
Развитие математики Евклида

Первыми продолжателями дела Евклида стали такие выдающиеся античные мыслители: Пифагор, Архимед, Платон, Аристотель и др. Пифагор (570 – 490 до н. э.) уроженец острова Самос, основатель математической школы. которая занималась, геометрией, арифметикой, теорией музыки. Они были уверены, что «элементы чисел являются элементами всех вещей… и что весь мир в целом является гармонией и числом». В основе всех законов природы, считали пифагорейцы, лежит арифметика, и с её помощью можно проникнуть во все тайны мира. Теореме Пифагора посвящены марки многих стран мира. В Греции была выпущена марка по случаю переименования острова Самос в остров Пифагорейон. На марке надпись «Теорема Пифагора, Эллас». Подобные марки были выпущены и в других странах: , Корея, Никаругуа и др.

.

Знания математики Евклида, расширил другой гений — Архимед (267–212 до н. э.), один из немногих математиков античности, который занимались как теоретической, так и прикладной наукой. Открытия Архимеда стали основой для дальнейшего развития математики, многие из них легли в основание математического анализа Научная деятельность Архимеда во многом была связана с законами гармонического пространства, исходя из совершенных геометрических форм. Ярким примером такой деятельности является архимедова спираль. Спирали была исследованы Архимедом, он же вывел ее уравнение.



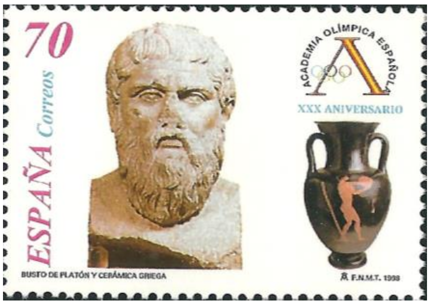


Дальнейшее развитие пифогорейцев получила в попытках древнегреческого философа Платона (427–347 до н. э.) создать полную картину мира на идеи пропорциональности мира. Его диалог «Тимей» посвящен математическим и эстетическим воззрениям школы Пифагора и, в частности, вопросам золотого деления

Свои идеи мира Плутон распространил и на правильные многогранники – замкнутые поверхности, составленные из многоугольников. Платоновы тела состоят из тетраэдра, гексаэдра, октаэдра, додекаэдра и икосаэдра. Эти формы являются основой всего физическом мире. Германская почтовая компания в 1973 году выпустила марки, посвященные двум звёздчатым формам додекаэдра: большой и малый звёздчатый додекаэдр.

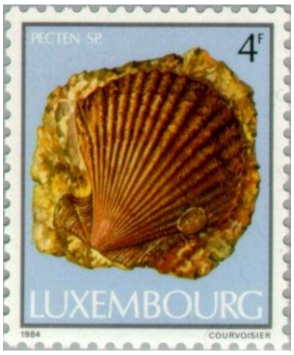
Золотое сечение присутствует в строении всех кристаллов, снежинках и др. Все изысканной красоты фигуры, которые образуют снежинки, их геометрические фигуры всегда без исключений построены по золотому сечению. Золотое сечение присутствует в строении всех кристаллов, снежинках и др. Все изысканной красоты фигуры, которые образуют снежинки, их геометрические фигуры всегда без исключений построены по золотому сечению.

Ученик Платона, один из самых знаменитых древнегреческих философов, Аристотель (384–322 до н. э.) создал множество теоретических трудов в таких науках, как математика, метафизика, астрономия, логика и политика. Он же продолжил дело своего учителя Платона и внес свой вклад в теорию пропорций. На марке Греции показан фрагмент фрески Рафаэля Санти (1483–1520) «Афинская школа» (1511) с Платоном и Аристотелем.



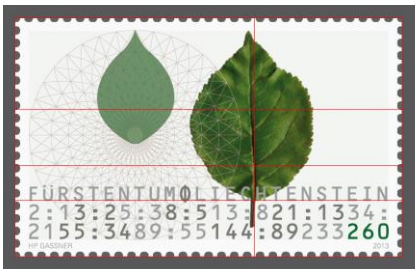
Числа Фибоначчи и золотое сечение в природе

Вода и солнце – источники жизни на земле. Вода – одно из самых уникальных явлений на нашей планете, обладающая множеством удивительных свойств. Энергия воды как и энергия солнца являю первопричиной жизни на земле. Вода же как и солнце те источники энергии, которые явились первопричиной появления всего живого на земле. и не просто живого, а живого с признаками золотого сечения и чисел Фибоначчи и красоты. Ярким примером этого являются морские раковины которые за свою многомиллионную историю растут и сохраняют свою первоначальную гармоническую форму раковин, логарифмических спиралей Фибоначчи и др. К примерам воды, как колыбели живых организмов с признаками пропорций золотого сечения, относятся морские звезды с пятью лучами (пентагональные).и значительно реже с 8, 13 и 34 лучами. Размеры многих рыб также определяются гармоническими прямоугольниками с отношениями сторон 1 :1,618..



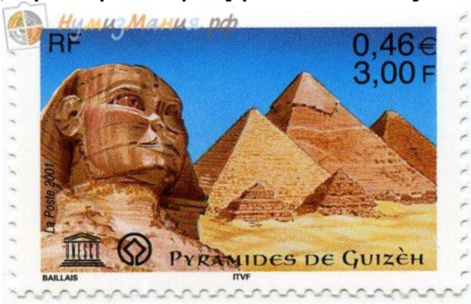
Солнце, образующее океан электромагнитных волн, также играет удивительную роль в формировании живой природы на земле, ее взаимосвязи с золотым сечением и числами Фибоначчи. Одно из них — филлотаксис (листорасположение) — правило, по которому располагаются ветки и листья на деревьев. Спираль также один их характерных признаков природы, проявление самой сокровенной сущности жизни. Спирально закручиваются усики многих растений, закручиваются рога многих животных. Сочетание чисел Фибоначчи и логарифмических спиралей обнаруживается в подсолнухе, шишках хвойных деревьев, ананасах и др.

Княжество Лихтенштейн выпустило набор из трех марок (2013), которые иллюстрируют последовательность чисел Фибоначчи 1235813… и ее связь с золотым сечением. Общим фоном которых являются листья растений, прожилки которых отвечают золотым пропорциям. На левой марке перечислены числа последовательности Фибоначчи: 1, 2, 3, 5, 8 и т. д. На средней – отношения каждой последующей пары: 2 : 1, 3 : 2, 5 : 3, 8 : 5 и т. д., на правой – значение золотого сечения Ф = 1,618033…



Числа Фибоначчи и золотое сечение в архитектуре

Числа Фибоначчи и связанное с ними золотое сечение нашли широкое проявления в исторических памятниках строительства с древних времен. Этот факт подтверждается выдающимися памятниками древней культуры: пирамидами Египта, Панамы, Мексики, Перу. Одними из строительных чудес Древнего Египта является пирамида Хеопса. В основу геометрии пирамиды Хеопса положена правильная четырехгранная пирамида, символизирующая простоту и гармонию форм. Храмы, барельефы, предметы быта и украшения из гробницы Тутанхамона свидетельствуют также, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании. В рельефах из храма фараона Сети I в Абидосе и в рельефе, изображающем фараона Рамзеса, пропорции фигур соответствуют величинам золотого деления.



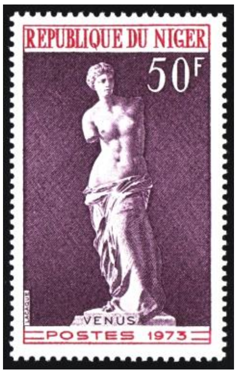
Пифагорейские идеи в архитектуре античности воплощены в афинском Акрополе, храме Артемиды Эфесской и многих храмах. Еще римский архитектор Витрувий, живший в I веке до нашей эры, утверждал, что ни один храм не может быть правильно построен без соразмерности отдельных частей, присущей хорошо слаженному человеку. Церкви строились также с учетом сакральной геометрии, потому что они должны были позволить энергии источника или Бога течь через них и приближать людей к творению или источнику.

Пифагорийская идея гармонии нашла отражение еще во многих сооружениях. Так театр в Эпидавре был рассчитан на 15 тысяч зрителей и построен в соответствии с числами Фибоначчи. Так театр Диониса в Афинах трехъярусный. Первый имеет 13 сектора, второй – 21.

\


Красота скульптур Древней Греции тесно связана также с золотым сечением. На марках приведены древнегреческие скульптуры «Вене́ра Мило́сская» – богиня любви Афродита с острова Ми́лос (ок. 130–100 до н. э.) и «Аполлон Бельведерский»– бог солнечного света (ок. 330–320 гг до н. э.).

В скульптурах Древнего Египта, как правило, соблюдались также точные математические расчеты на основе золотого сечения. Яркими примерами могут служить бюсты египетской царицы «Нефертити» и «главной супруги» фараона Тутанхамона.



Заключение

В статье приведена небольшая часть почтовых марок, посвященных начальному периоду становления теории золотого сечения и чисел Фибоначчи. Фактически их значительно больше и изданы они во многих странах мира, причем большими тиражами. В дальнейшем, если все будет благополучно, предполагаются статьи по истории золотого сечения и чисел Фибоначчи эпохи Возрождения и Просвещения, а затем до начала XXI века. В связи с этим, дорогие коллеги и читатели, хотелось бы услышать ваши критические замечания, пожелания и помощь по дальнейшей моей работе: **nikolay.semeniuta@gmail.com** .

Литература

1. Мартыненко, Г. Я. История математико-гармоничнских представлений: от Пифагора до наших дней / Г. Я. Мартыненко. – СПб.: ЛАЙКА, 2016. – 264 с.

2. Марио Ливио. Число Бога. Золотое сечение – формула мироздания / Марио Ливио. – М.: АСТ. 2015. – 432 с.

3. Семенюта, Н. Ф. Золотая пропорция в природе и искусстве / Н. Ф Семенюта, В. Л. Михаленко. – Гомель, БелГУТ, 2002. – 82 с.

4. Семенюта, Н. Ф. Гармонические пропорции в науке и технике / Н. Ф. Семенюта. – Гомель: БелГУТ, 2012. – 172 с.

5. Семенюта, Н. Ф. Фундаментальные основы красоты – гармонические пропорции / Н. Ф. Семенюта. – Гомель: БелГУТ, 2010. – 177 с.

6. Виленкин, Н. Я. Комбинаторика / Н. Я. Виленкин. – М.: Наука. – 328 с.

7. Юшкевич, А. С. История математики с древнейших времен и до начала XIX века /А. С. Юшкевич. – М.: Наука. 1972.

8. Реньи, А.Трилогия о математике / А. Реньи. – М.: Мир, 1980. – 376 с.

9. Стиллвелл, Д. Математика и ее история / Д. Стиллвелл. – М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 530 с

10. Волошинов А. В. Математика и искусство / А. В. Волошинов. – М.: Просвещение.1992. – 404 с.